

Publicació
de Rosa Sensat

maig 2011

P E R S P E C T I V A

E S C O L A R 3 5 5

isme de Yavutza

$$= 300 + 200 + 100 + 23$$

$$= 200 + 80 + 7$$

**Enterrem
els algorismes
aritmètics!**

El llenguatge cinematogràfic a l'escola

Pel futur de l'educació pública a Catalunya

En la situació actual de greu crisi econòmica, les polítiques que vagin en detriment de tots els serveis públics provoquen que el pes de la crisi recaigui sobre els sectors més desafavorits. En moments en què l'increment de l'atur i la precarietat laboral fa que moltes famílies pateixin el risc d'exclusió social, els serveis públics han de ser la garantia per mantenir la dignitat i contribuir a la igualtat d'oportunitats en la vida de totes les persones.

En aquest context pensem que l'atenció al centre, a l'aula, i –el que és més important– a l'alumnat ha de ser prioritària en la inversió pública. En un moment en què el concepte d'educació al llarg de la vida s'està instaurant com a imprescindible, cal fer efectiu el dret a l'educació des de l'educació infantil de primer cicle a tota la resta d'etapes educatives. Tenint en compte la necessitat actual de facilitar que molts joves puguin reintegrar-se al sistema educatiu i no abandonar prematurament els estudis, cal una planificació i una oferta pública adequades i suficients per atendre tota la demanda.

Els darrers anys, el Govern de la Generalitat de Catalunya ha anat fent retallades que incideixen en l'atenció a l'alumnat, els centres, els professionals i els serveis educatius; en definitiva, en tota la comunitat i, el que és més important, acaben incidint en la qualitat educativa.

L'educació és la millor eina que tenim per superar l'actual situació de crisi econòmica i social, i l'educació pública, l'única que pot garantir la cohesió social, els valors de solidaritat, no-discriminació –per raó de nivell social, sexe, llengua, creença o cultura– i la igualtat d'oportunitats d'infants, joves i ciutadania en general.

Emplacem, doncs, el Govern de Catalunya i el Departament d'Ensenyament perquè prenguin decisions per al desenvolupament d'un seguit d'accions i mesures encaminades a consolidar l'educació pública de qualitat com un dret de tota la ciutadania del nostre país. Manifestem la nostra voluntat i el nostre compromís de treballar per contribuir a la millora i a l'enfortiment de l'educació pública i fer arribar aquelles mesures concretes que creiem necessàries en aquests moments i fer propostes per fer-les possibles.

Perquè això sigui possible cal dotar l'educació pública del valor que es mereix i fomentar la coresponsabilitat del professorat, les famílies, l'alumnat, l'administració local i l'entorn dels centres afavorint, de manera especial, la conciliació de la vida laboral de les famílies amb el ritme i el funcionament dels centres educatius.

Abans de res: intencionalitats i objectius

El present monogràfic vol posar sobre la taula el debat sobre els procediments de domini algorísmic tradicional que s'apliquen a l'escola per aprendre el càlcul, procediments que s'han convertit i determinen, malauradament i en bona mesura, la concepció del que és la matemàtica i els objectius de l'aprenentatge matemàtic.

Des de la constitució del grup a+a+ de Rosa Sensat (grup de treball en innovació didàctica de les matemàtiques a Infantil, Primària i Educació Especial) existeix la preocupació per millorar i transformar el domini i l'aprenentatge operatius i, conseqüentment, del càlcul. La coordinació d'aquest monogràfic és fruit d'aquesta inquietud i de l'experiència adquirida i aplicada a les aules.

La necessitat d'innovar la metodologia de l'aprenentatge dels algorismes tradicionals de les operacions matemàtiques fa temps que es reclama des de la didàctica de la matemàtica, alhora que també estan implicats en aquesta transformació certs grups de mestres que treballen des de la innovació matemàtica. Un bon exemple d'aquest compromís és el de Capicúa de Canàries, amb qui hem mantingut sessions de treball conjuntes per enriquir-nos mútuament i amb l'objectiu d'ampliar a d'altres grups aquest interès i aquesta preocupació.

Si inicialment des d'a+a+ es pretenia ajudar a transformar-se i a evolucionar personalment per tal que cadascú, de manera particular, impulsés transformacions en el propi entorn, avui, ens plantegem fer un pas endavant amb l'objectiu de constituir un col·lectiu d'escoles, i ja no només de persones a títol individual, les quals, integrades sota un mateix interès de transformar l'educació, ens puguem aglutinar sota un mateix objectiu com a ESCOLES PER UNA EDUCACIÓ MATEMÀTICA CRÍTICA I ACTIVA. Es pretén que les escoles que tenen ganes d'avançar i de canviar els procediments educatius puguin trobar, des del camp de les matemàtiques i treballant de manera col·lectiva tot compartint reptes i experiències, un entorn de formació i d'innovació didàctica.

Si voleu afegir-vos al nostre projecte només cal que ens ho feu saber i tot seguit contactarem amb vosaltres.

Esperem que aquest monogràfic ajudi a la reflexió i que la seva incidència porti, en aquest camp concret de l'aprenentatge operatiu i del càlcul, veritables canvis en el procés de formació inicial i permanent dels mestres i animi a intentar anar enterrant els algorismes tradicionals matemàtics.

4 Enterrem els algorismes aritmètics!

Fa deu anys, els mestres del col·legi Aguamansa (La Orotava-Tenerife) van elaborar un manifest en contra dels algorismes tradicionals de les operacions aritmètiques. Ara en fan una anàlisi reflexiva i l'actualitzen d'acord amb els resultats obtinguts durant aquests anys.

El manifest del col·legi Aguamansa en contra dels algorismes tradicionals de les operacions aritmètiques (ATOA)

*Claustre
del Col·legi
Aguamansa*

www.aguamansa.es

Introducció contextual

El col·legi Aguamansa (La Orotava, Tenerife, Illes Canàries) es va inaugurar fa vint anys (1991). El 18 de febrer de 2002, el claustre va aprovar i va donar a conèixer el *Manifest en contra dels algorismes tradicionals de les quatre operacions aritmètiques i de l'arrel quadrada (ATOA)*. Actualment al centre només queden tres mestres del claustre que va aprovar el Manifest, però els que han anat arribant han assumit les idees que s'hi recullen i han millorat l'aprenentatge dels nostres alumnes amb les seves aportacions.

Avui, a 14 d'abril de 2011, a quasi deu anys de la proclamació del Manifest, el tornem a proclamar i amb aquest article, que ens ha demanat PERSPECTIVA ESCOLAR, pretenem fer-ne una anàlisi reflexiva i una actualització. Continuem treballant, tal com ens vam plantejar en aquell moment inicial, des d'una perspectiva constructivista del coneixement i a partir de la investigació-acció en el raonament logico-matemàtic. Els resultats positius obtinguts aquests anys ens permeten ratificar la validesa de les idees que recull, i veiem per l'experiència acumulada que perquè es puguin posar en pràctica les qüestions que



planteja el Manifest calen decisions polítiques, perquè si no és així els canvis són molt lents. Com més va més són les mestres i els mestres que es dediquen a la innovació a les seves aules a fi de millorar els mètodes d'ensenyament i aprenentatge de les matemàtiques, però respecte del total són una minoria, que alguns autors calculen aproximadament en un 20% davant el 80% que es resisteix a fer cap canvi en les seves pràctiques d'aula.

Per a la comprensió de l'article, hi incloem, en cursiva, el Manifest tal com va ser redactat i a continuació breus comentaris d'anàlisi fets a partir de la demanda d'aquest article.

El Manifest ahir i avui

1r) L'ensenyament i l'aprenentatge dels ALGORISMES TRADICIONALS de les OPERACIONS ARITMÈTIQUES (ATO) ha deixat de ser útil per a la societat mundial del segle XXI.

$$\begin{array}{ll}
 4.567 + 789 + 6.908 + 12.345 + 34 = & 67.987 - 8.899 = \\
 23.456 \times 78 = & 789.342 : 67 = \\
 657,89 \times 34,5 = & 6.789,78 : 34,5 = \quad \text{Arrel quadrada de } 899,8
 \end{array}$$

6 Enterrem els algorismes aritmètics!

Actualment, fora dels centres escolars no es fa cap d'aquests procediments, i no aporten ni desenvolupen cap habilitat cognitiva que millori el raonament logicomatemàtic, i això últim és l'objectiu fonamental que ha de predominar en totes les accions que fem els educadors matemàtics amb els nostres alumnes.

No existeix cap centre comercial, financer (bancs, caixes d'estalvis...), empresa (benzineres, supermercats...), laboratori, etc., on vegem que es fan l'any 2002 (igual que fa dues dècades) les operacions aritmètiques (sumes, restes, multiplicacions i divisions) amb bolígraf i paper. Per tant, aquests algorismes han de desaparèixer del treball escolar. Ras i curt: han de morir, no són útils. Són part de la Història de la Pedagogia.

Hem d'esperar la III Guerra Mundial (tant de bo que mai no arribi!), perquè canviï el panorama mundial tal com el coneixem avui dia, i desapareguin tots els instruments de càlcul electrònic, per tornar a reconsiderar la utilitat d'aquestes pràctiques?

Per desgràcia, aquestes pràctiques rutinàries continuen ocupant la major part del temps de les classes de matemàtiques sense que se'n vegi clar el final i la seva substitució per altres algorismes que sí que desenvolupen el càlcul mental i la resolució de problemes. Aquests ATOA han estat vigents i han estat útils des de la seva aparició a Europa el 1202, en el *Llibre de l'àbac* de Fibonacci, fins al començament de la dècada de 1970, en què apareix i comença a generalitzar-se la calculadora. Un avenç tecnològic que origina la modificació de les formes de calcular en la vida diària i crea, alhora, la necessitat de modificar l'ensenyament del càlcul a l'escola.

Des de tots els fòrums d'entesos es proposa el treball escolar en el desenvolupament de competències bàsiques i en la preparació per a la vida quotidiana. L'escola, però, continua treballant els ATOA, que ja no són útils perquè ningú no els fa servir en els càlculs diaris: s'utilitzen les calculadores, que no s'equivoquen tant com les persones. Per tant es fa necessari l'ensenyament d'estratègies d'estimació i aproximació, com bé recullen les propostes curriculars, però que en general no es transmeten a l'escola. Per què? Encara que la raó no és única, sí que és decisiva la que té a veure amb la formació dels mestres

i el desconeixement que tenen d'aquestes estratègies d'aproximació per fer didàctica de l'estimació. Motiu pel qual l'ensenyant continua transmetent allò que coneix, que són els ATOA que va aprendre a l'escola primària quan era alumne, i que la formació inicial de Magisteri tampoc no va poder substituir de les seves estructures cognitives, tenint en compte que aquesta formació està allunyada de la realitat educativa i, generalment, és impartida per professors universitaris –amb poques excepcions–, que el més a prop que han estat d'una escola i de la realitat escolar va ser quan eren infants i estaven escolaritzats.

D'altra banda, l'ensenyament forçat d'ATOA obliga els nens a renunciar al seu propi pensament i els fa passius mentalment i heterònoms intel·lectualment.

La manera de calcular i operar ha canviat definitivament de trenta anys ençà, però el sistema educatiu continua sense voler-ne saber res. A cap dels centres esmentats anteriorment, hi trobarem persones fent els càlculs amb els ATOA. Llavors, per què es dedica la major part del temps de la classe de matemàtiques a ensenyar algorismes que ningú no fa servir en la seva feina? Per què persones que han dut a terme els estudis primaris tenen dificultat o impossibilitat per calcular mentalment el valor de quatre productes iguals a 0,87 euros cada un?

És lamentable veure que on únicament s'utilitzen els ATOA és a les escoles i als instituts. Les pissarres en són plenes i els alumnes els han de saber, no perquè els serveixin per desenvolupar competències bàsiques, sinó perquè serveixen per sobreviure en el sistema. En la vida quotidiana no veus ningú fent aquestes pràctiques. Solament es veuran en els deures que els nens porten a casa: “me n'emporto una, me n'emporto dues...”, “demano prestada...”.

Esperem que mai passi un fet tan negatiu com indicàvem en el Manifest, però veiem que perquè es puguin modificar l'ensenyament i l'aprenentatge dels ATOA calen decisions polítiques importants i radicals relacionades amb la formació inicial i contínua dels mestres, com també dels qui els prepara: la universitat! Altrament, només es continuarà posant pegats per part dels implicats en la renovació metodològica, i els canvis es veuran molt lluny, en el cas que s'arribin a veure.

8 Enterrem els algorismes aritmètics!

2n) Els ATOA forcen les nenes i els nens a renunciar al seu propi pensament. Quan animem els alumnes a inventar els seus propis procediments, el seu pensament va en una direcció diferent a la dels ATOA que se'ls ensenya. En l'addició, la sostracció i la multiplicació, els ATOA ens ensenyen que s'ha de procedir de dreta a esquerra, però les invencions inicials dels nens sempre van d'esquerra a dreta. Quan l'alumnat és ensinistrat en els ATOA, ha de renunciar a les seves pròpies maneres de pensar numèricament (Kamii).

Ratifiquem el que diu Kamii en aquest punt. Quan encoratgem els alumnes que descobreixin mètodes per a les operacions aritmètiques, veiem que en el transcurs d'aquests anys han aparegut diversos algorismes per a la resta pensant (per a altres la resta portant, però... cap a on te l'emportes?): són els algorismes personals d'en Francisco, la Carmen, la Rosa, la Carolina, l'Isaías, la Yaritza...; procediments que neixen de les mateixes ments dels alumnes que han estat preparades per a l'autonomia intel·lectual i moral.

3r) Els estudiants necessiten conèixer-los, però no a causa de la seva importància matemàtica, sinó perquè ajuden els estudiantes a tenir "èxit" a l'escola. És a dir, són destreses per a la supervivència escolar dels alumnes. L'estudiant que no sap fer divisions o multiplicacions se'l considera un fracassat a l'escola. Aquestes destreses són destreses de supervivència, procediments que l'alumne ha de dominar, simplement perquè el programa de matemàtiques ho exigeix.

El nostre col·legi, com també altres de les Canàries, de la Península i d'Amèrica Llatina, han demostrat que treballar altres algorismes més naturals com a alternatius als ATOA augmenta l'èxit escolar, afavoreix les capacitats matemàtiques dels alumnes i fa de l'àrea de Matemàtiques una de les assignatures favorites de l'alumnat del nostre centre.

En l'actualitat, a les illes Canàries, el "programa" o el currículum no ho exigeix. Demana una diversitat d'algorismes que no es duen a la pràctica per desconeixement del professorat. I per la resistència que oposen a qualsevol proposta innovadora que els ocasioni un conflicte cognitiu amb el seu coneixement professional.

algorisme de Yarutza

$$\begin{array}{r} \underline{623} = 300 + 200 + 100 + 23 \\ \underline{287} = 200 + 80 + 7 \end{array}$$

100 120 93

El gran desafiament és com canviar la situació anterior. Els avenços i les dades aportades per la investigació per millorar la nostra vida es veuen en tots els camps de la societat, menys en els mètodes d'ensenyament i aprenentatge. Tothom vol per a la seva salut els últims descobriments fets pels investigadors, i que siguin tan poc traumàtics com sigui possible. Situació que no es demana al sistema escolar, on continuen predominant els exercicis rutinaris i que no fan desenvolupar competències bàsiques.

4t) Al començament del segle XXI, no té sentit dedicar la major part del temps de la classe de matemàtiques a ensinistrar els alumnes en els ATOA. En el passat va ser imprescindible sacrificar temps i energia en la impartició de destreses de càlcul numèric. Avui no té res a veure amb la formació matemàtica l'ensinistrament d'éssers humans per fer allò que les calculadores poden fer molt més bé (Guzmán Rojas, 1979).

Un argument que esgrimeixen sovint aquelles persones que volen continuar justificant l'injustificable, l'ensenyament d'algorismes tradicionals, és: "i si els alumnes quan han de fer un càlcul no tenen calculadora, què fan?". La resposta és òbvia: i si quan han de fer un càlcul no tenen bolígraf i paper, què fan?

10 Enterrem els algorismes aritmètics!

Sembla mentida que les paraules anteriors s'hagin escrit fa 31 anys, i després d'aquest llarg període no hagi canviat res. Aquestes pràctiques obsoletes continuen dominant la major part del temps emprat en les classes de matemàtiques a Primària i Secundària (funcions, límits, derivades, integrals, matrius...). Som a l'època en què es pot fer l'educació matemàtica més bona de tots els temps perquè disposem de calculadores simbòliques i ordinadors i es pot alliberar les persones de la realització d'algorismes que avui no tenen sentit, però el sistema educatiu mira cap a l'altra banda, quan aquestes tecnologies haurien de formar part de la pràctica quotidiana a les aules.

L'ensenyament i l'aprenentatge d'algorismes són necessaris perquè ajuden a estructurar el pensament. Però no els ATOA. A l'escola, s'hi han de treballar altres algorismes que desenvolupen el raonament logicomatemàtic, i de manera especial aquells que estimulen el càlcul mental amb nombres petits.

5è) Des de fa dècades, i de manera significativa al començament del segle XXI, les estratègies elementals de càlcul a l'escola han d'anar dirigides a dotar les nenes i nens (futurs ciutadans) del màxim d'habilitats cognitives possibles per al CÀLCUL MENTAL, i dintre d'aquest, per al CÀLCUL APROXIMAT (Estimació). L'exacte, el donen les màquines, que s'equivoquen menys que els éssers humans.

Per tant, la majoria de les accions a desenvolupar amb la numeració a les aules ha de tenir com a objectiu principal: "Fomentar el desenvolupament del càlcul mental i la recerca de diferents estratègies, afavorint l'autonomia del pensament.

Per tot això que hem exposat fins aquí, SOL·LICITEM a la comunitat educativa mundial:

1r) Una reconfiguració radical dels mètodes i programes d'ensenyament i aprenentatge pel que fa als càlculs numèrics que compregui des de l'educació infantil fins a la universitat.

2n) L'abolició dels algorismes tradicionals de les operacions aritmètiques i l'arrel quadrada dels currículums escolars i dels llibres de text. I la implantació de múltiples algorismes per a cada operació que ajudin a desenvolupar el raonament logicomatemàtic i el càlcul mental.

3r) L'elaboració de nous programes escolars per treballar el càlcul a l'escola, basats en la manipulació de materials i en l'ús de la calculadora per al desenvolupament del càlcul mental i la resolució de problemes. Així com fomentar la interacció i el canvi del rol de les professores i professors a les aules.

Des de fa dècades no té cap sentit preparar les persones perquè facin comptes de divisions i multiplicacions grans. Aquests procediments no s'utilitzen enlloc. Definitivament, el càlcul per a les persones del segle XXI ha canviat com no ho havia fet mai abans. Cal fomentar en els futurs ciutadans estratègies de càlcul aproximat, i amb nombres petits. El càlcul mental que s'ha d'ensenyar i desenvolupar serà amb nombres petits i significatius, que tinguin una rellevància social per als alumnes. No farem operacions amb nombres grans. Aprendre a llegir-los, a interpretar-los i, si calgués operar amb ells, ho farem amb calculadora.

Segons que hem llegit, un cop publicat el *Llibre de l'àbac* de Fibonacci, on es recullen els ATOA per primera vegada a Europa, els ATOA van necessitar, per imposar-se a la cultura dominant de l'època –la romana–, uns quatre segles. Per tant, per veure un canvi significatiu en aquest aspecte ens caldrà un segle, pel cap baix, per bé que el nostre desig és equivocar-nos i que la modificació arribi abans, tenint en compte que fa més de trenta anys que es duen a terme reformes educatives sense que cap s'hagi atrevit a abordar el punt clau de la renovació educativa: el canvi metodològic.

Veiem com es reformen l'Educació Infantil, la Primària i la Secundària. Però, la reforma de la universitat, quan arribarà? Amb relació a la formació de professors, la universitat està perduda, es troba en un exoplaneta, estranya del tot als problemes reals de l'educació. Formen mestres uns professors universitaris –amb algunes excepcions– que quan han estat més a prop d'una escola és quan eren petits o han anat a buscar els fills al col·legi. El seu discurs és més teòric que mai, quan ja hi ha dades que aporten idees per a la millora clara de l'educació matemàtica.

Qui va decidir i quan els càlculs que s'ensenyen a l'escola? Qui ha de modificar aquesta situació? Perquè es produeixi un canvi notable

12 Enterrem els algorismes aritmètics!

s'han de prendre decisions polítiques que facin que es modifiquin els mètodes d'ensenyament i aprenentatge.

En aquest aspecte, ja hi ha hagut avenços, com es pot veure en el currículum canari per a l'Ensenyament Primari, on s'indica: “*diversos algorismes per a cada una de les operacions aritmètiques...*”. És evident que en la majoria de les classes solament es treballen els ATOA. Per tant, l'acció política no és suficient o ha d'estar dirigida a canviar les estructures de pensament en el camp de la didàctica de les matemàtiques per unes altres de més bones.

Els programes es canvien cada vegada amb més freqüència, en funció de l'agrupació política que governa. Però els resultats en les avaluacions internacionals continuen essent similars, sense que es noti una millora efectiva. I doncs, què passa? Pel que es veu, no és condició suficient modificar els programes escolars.

Fins ara no s'han atrevit a afrontar una de les causes decisives en el fracàs escolar, que es troba en la continuïtat de la metodologia que s'aplica a les aules. D'altra banda, la calculadora continua essent una gran absent a l'escola, a causa del seu desconeixement en l'ús didàctic per part del professorat. Aquesta eina, contràriament al que en pensa la majoria –quasi la totalitat– de les persones, desenvolupa el càlcul mental de manera gairebé immediata gràcies al factor constant.

L'esperança com a futur

Continuem endavant, dia rere dia, validant el profund sentit del Manifest que esperem que us feu, també, vostre.

L'article analitza l'evolució del càlcul aritmètic i el seu ensenyament en la cultura occidental a través de la història fins als nostres dies.

L'evolució històrica del càlcul aritmètic i del seu ensenyament

Introducció

Els orígens històrics del càlcul aritmètic són tan antics com la humanitat ja que ha estat present en totes les cultures per conèixer l'hora, mesurar la terra, fer comptes, aplicar impostos, determinar distàncies o aixecar edificis.

Els antics grecs van arribar a una concepció del fenomen numèric que els va portar a distingir entre l'estudi teòric i el càlcul pràctic. El primer van anomenar-lo *aritmètica* i el segon *logística*. Molt més endavant, a l'edat mitjana, a partir dels segles XII i XIII es va començar a usar el terme *algorisme* per referir-se al càlcul a la manera indoaràbiga; i pels volts de l'aparició de la impremta es va imposar com a denominació general el terme *aritmètica*, el qual anava acompanyat de l'adjectiu *pràctica* o *teòrica/especulativa* per diferenciar-ne les dues branques.

A l'edat mitjana, però, els càlculs es feien amb l'ajuda dels àbacs, i això va propiciar que el nom d'aquest instrument es fes servir sovint per referir-se al que era una espècie d'aritmètica pràctica mercantil, fet que explica que alguns autors italians denominessin aquestes aritmètiques *llibres d'àbac*.

Bernardo Gómez
Departament de Didàctica
de la Matemàtica.
Universitat de València

14 Enterrem els algorismes aritmètics!

A partir del segle XIX, l'estudi de l'aritmètica pràctica i de l'aritmètica teòrica s'unificà i passà a ser considerada la branca de les matemàtiques que tracta dels números. El terme "teoria" es reservà per al plantejament de conceptes i propietats, al costat de la fonamentació, quan era possible, d'alguns procediments; per la seva part, la "pràctica" s'identificà amb l'aplicació i l'execució dels procediments de càlcul en la resolució de problemes i exercicis.

La difusió del càlcul aritmètic

L'aritmètica hindú i àrab va significar el desenvolupament del càlcul aritmètic tal com el coneixem avui. Els seus mètodes, lligats indissolublement al sistema de numeració decimal i de columnes, es van difondre a Europa entre la segona meitat del segle XII i el començament del XIII, a través del *Liber Abaci* (1202) de Leonardo de Pisa i la versió llatina dels dos tractats d'al-Khuwrizmi (825): l'un d'aritmètica i l'altre d'àlgebra.

Això no obstant, els textos que més han incidit en la divulgació i difusió d'aquest tipus de càlcul, a més dels dos citats, són els denominats algorismes en l'àmbit més culte o universitari¹ i els llibres d'àbac en l'àmbit vulgar o popular.

Un *algorisme* era un text que compendiava el conjunt d'informació que es necessita per operar les xifres indoaràbigues en el sistema de numeració decimal, a saber: el seu significat, la seva nomenclatura, la manera de llegir-les, la manera d'usar-les per escriure els números i per executar els seus càlculs. Aquests textos solien explicar les operacions d'addició, sostracció, duplicació, divisió per dos, multiplicació, divisió, les progressions i el càlcul d'arrels quadrades i cúbiques.

Els dos "algorismes" més antics que es coneixen són del segle XIII: el *Carmen de Algorismo* d'Alexander de Villa Dei i el *Tractatus de Arte de Numerandi*, també denominat *Algorismus vulgaris*, de Johannes Sacrobosco.

1. A l'edat mitjana l'Aritmètica s'ensenyava amb la Geometria, Astronomia i Música, que formaven el "Cuadrivium", primer a les escoles monacals i després a les universitats.

El *Carmen de Algorismo* (1202) està escrit en vers (imatge 1), i no mostra ni definicions ni consideracions teòriques, característica que mostra una determinada concepció de l'ensenyament que busca afavorir l'aprenentatge de memòria.

L'*Algorismus* de Sacrobosco (imatge 2 esquerra) hi afegeix els principis del sistema decimal i les definicions de les operacions abans de donar les instruccions per al desenvolupament dels càlculs. Aquestes definicions seran recollides en els llibres posteriors sense a penes cap modificació i s'hi han mantingut fins no fa gaire (imatge 2 dreta).

Se decies: sursum procedas multiplicando.
 Post prædicta scias breviter quod tres numerorum
 Distinctæ species sunt; nam quidam digiti sunt;
 Articuli quidam; quidam quoque compositi sunt.
 Sunt digiti numeri qui semper infra decem sunt;
 Articuli decupli digitorum; compositi sunt
 Illi qui constant ex articulis digitisque.
 Ergo, proposito numero tibi scribere, primo
 Respicias quis sit numerus; quia si digitus sit,
 Una figura satis sibi; sed si compositus sit,
 Primo scribe loco digitum post articulum; atque
 Si sit articulus, in primo limite cifram,
 Articulum vero tu in limite scribe sequenti.
 Quolibet in numero, si par sit prima figura,
 Par erit et totum, quicquid sibi continuatur;
 Impar si fuerit, totum sibi fiet et impar.
 Septem⁶ sunt partes, non plures, istius artis;
 Addere, subtrahere, duplareque dimidiare;
 Sextaque dividere est, sed quinta est multiplicare;
 Radicem extrahere pars septima dicitur esse.
 Subtrahis aut addis a dextris vel mediabis;
 A leva dupla, divide, multiplicaque;

Imatge 1.

Alexander de Villa Dei. 1202,² p. 74

III.—Subtractio.

Subtractio est, propositis duobus numeris, majoris ad minorem excessus inventio: vel sic,

Johannes de Sacrobosco, 1240. p. 6

VI.—Multiplicatio.

Multiplicatio est numeri per se vel per alium, propositis duobus numeris, est tertii inventio qui contineat alterum illorum quot continentur unitates in reliquo. In multiplicatione duo sunt numeri necessarii, scilicet, numerus multiplicandus et numerus multiplicans. Numerus multi-

Johannes de Sacrobosco, 1240. p. 12

DE LA SUSTRACCION.

12. El objeto de la sustraccion es hallar el exceso de un número sobre otro mas pequeño. Este exceso se llama resto ó diferencia.

Bourdon, 1843, p. 30

DE LA MULTIPLICACION.

17. Multiplicar un número por otro es (véase n.º 9) formar un tercer número que sea respecto del primero lo que el segundo es respecto de la unidad; y cuando los números propuestos son enteros, su multiplicacion se reduce á tomar el primero tantas veces como unidades contiene el segundo.

Bourdon, 1843, p. 35

Imatge 2

Està escrita en prosa i utilitza un llenguatge retòric (sense símbols) i reglat (sense raons), sense exemples que il·lustrin la disposició pràctica de columnes pròpia dels algorismes elementals (imatge 3).

2. Per als que no coneixen el vocabulari aritmètic utilitzat en aquesta època, cal dir que *especies* indica una cosa semblant a 'tipus' o 'temes', tot i que en certa manera podria interpretar-se com a 'operacions'; *duplicar* i *demediar* és la multiplicació i divisió per dos; *figures* o *digitus* indica xifra o número comprès entre 1 i 9; *article* indica un múltiple de 10 i *compositus* és un número més gran que 10 i no múltiple de 10.

16 Enterrem els algorismes aritmètics!

convertitur multiplicando. Sunt autem sex regulæ multiplicationis, quarum prima talis est: quinam digitus multiplicat digitum, subtrahendus est minor digitus ab articulo suæ denominationis per differentiam majoris digiti ad denarium, denario simul computato. Verbi gratia, si vis scire quot sunt quater in octo, vide quot sunt unitates intra octo et decem, denario simul computato, et patet quot sunt duo: subtrahatur ergo quaternarius a quadraginta bis et remanent

Johannes de Sacrobosco, 1240, p. 12

32, et hæc est summa totius multiplicationis. Similiter quando digitus multiplicat seipsum. Quando autem digitus multiplicat numerum compositum, ducendus est digitus in utramque partem numeri compositi, ita quod digitus in digitum per primam regulam, et digitus in articulum per secundam regulam; postea producta conjungantur simul, et erit summa totius multiplicationis. Quando articulus multiplicat articulum, ducendus est digitus a quo denominatur ille articulus in digitum a quo denominatur reliquus. Quando articulus multiplicat numerum compositum, ducendus est digitus articuli in utramque partem numeri compositi; conjungantur producta, et patebit summa totius. Quando numerus compositus multiplicat numerum compositum, ducenda est utraque pars numeri multiplicantis in utramque partem numeri multiplicandi et sic ducetur digitus bis, quia semel in digitum et semel in articulum. Articulus similiter bis, quia semel in digitum et iterum in articulum: hic tamen ubique articulus non ad principales extenditur articulos. Si igitur velis aliquem numerum vel per se vel per alium multiplicare, scribe numerum multiplicandum in superiori ordine per suas differentias, numerum vero multiplicantem in inferiori per suas differentias, ita tamen quod prima figura inferioris ordinis sit sub ultima superioris. Hoc facto, ducenda est ultima multiplicantis in ultimam multiplicandi. Ex illo igitur ductu aut exrescit digitus, aut

Johannes de Sacrobosco, 1240, p. 13

Imatge 3

per rebaixar la dificultat, per evitar errors, per comprovar resultats, per ser ràpids, o senzillament perquè en matemàtiques sempre s'ha considerat que és més elegant i brillant agafar el camí més curt que no l'inecessàriament més llarg.³

3. En matemàtiques s'han cercat mètodes per abreujar el càlcul, no solament per estalviar temps, sinó també per reduir la possibilitat de cometre errors. Hi ha un altre motiu per reduir la quantitat de treball quan es fa un càlcul. Els matemàtics s'enorgulleixen d'agafar el camí més curt quan emprenen un "viatge". Troben elegant una solució curta d'un problema i matussera una d'inecessàriament llarga (Bowers i Bowers, 1961).

Un *llibre d'àbac* no és un manual per ensenyar l'ús d'aquest instrument, sinó un text que, seguint l'empremta del *Liber Abaci* de Leonardo, està organitzat com una sèrie d'exercicis pràctics, la major part d'interès mercantil. Aquests textos van coexistir amb els *algorismes* i encara que compartien amb aquests l'ús de les xifres indoaràbigues i els mètodes de càlcul de llapis i paper, solien mantenir l'ús de la numeració romana i pres-taven una atenció especial a l'ús de les fraccions. Inclouen un apartat dedicat a la regla de tres i les seves aplicacions en els problemes de companyies, d'al·ligació, canvi, bescanvi, etc.; també dedicaven un capítol als problemes que es resolen mitjançant les regles d'una i dues falses posicions i que avui resolem mitjançant equacions de primer grau. Ja a la seva època tardana, es completaven amb un apartat dedicat a una àlgebra sincopada que servia per resoldre problemes que avui considerariem d'equacions de primer i fins i tot de segon grau.

Els *llibres d'àbac* s'esforçaven a presentar una gran varietat de mètodes de càlcul (imatge 4), perquè en una època en què no hi havia calculadores, un bon calculista no solament havia de saber calcular bé i amb seguretat, sinó que havia de fer-ho el més ràpidament possible. Això podria explicar l'interès que van tenir els autors de mostrar les formes i els mètodes pràctics més còmodes, senzills, segurs i breus possibles, ja fos per estalviar temps,

Coincidint amb l'aparició de la impremta, es produeix una gran expansió i difusió dels coneixements. Amb la integració del pensament matemàtic d'aquesta època en els usos i costums socioeconòmics es va propiciar la popularització de les aritmètiques mercantils impreses i escrites en les llengües vernacles.

En el llarg període que comprèn des del naixement de la impremta fins a la darrerria del segle XVIII, el càlcul en les aritmètiques a penes mostra diferències notables. A partir del segle XIX, la necessitat d'adaptar la forma de presentació del coneixement aritmètic al nou model educatiu emergent —centralitzat, general i públic— va estimular la producció de manuals per a la infància, concebuts com a mitjà privilegiat per a la transmissió del saber i per controlar i uniformar la instrucció.

Aquests manuals, que pretenien exposar el coneixement de manera metòdica, concisa, clara i precisa per fer-lo ensenyable, van assentar les bases per a l'establiment d'un currículum obligatori comú per als estudiants d'un mateix nivell educatiu, i són la clau per entendre la manera com s'ha configurat l'aritmètica escolar de l'actualitat.

Tres aspectes mereixen ser destacats:

1. L'adopció del sistema mètric decimal, a partir de la llei de juliol de 1849 que l'implanta a Espanya i en fa obligatori (art. 11) l'ensenyament des de l'1 de gener de 1852.

Aquesta llei obligà a reestructurar els llibres de text, els quals van guanyar en simplificació i brevetat en virtut de la unificació de mètodes de càlcul que va significar la introducció dels números decimals. Així, en perdre importància els tediosos capítols dedicats als diferents sistemes de pesos i mesures i al càlcul amb complexos, va anar disminuint el seu temps escolar i augmentant el d'altres continguts.



Imatge 4.

Juan de Ortega, 1542, p. 20

18 Enterrem els algorismes aritmètics!

2. L'adaptació de l'ensenyament al principi que prescriu que tots els estudiants han de rebre el mateix ensenyament i han d'aprendre les mateixes coses en el mateix nivell educatiu, va requerir l'establiment d'un programa comú per als estudiants, un programa de mínims que tots havien d'aprendre. Això es va traduir, en el cas dels mètodes de càlcul, en l'ensenyament d'un sol mètode per a cada una de les operacions, el millor i el més general en cada cas.

En posar l'èmfasi en l'aprenentatge d'un únic algorisme per operació, la resta de mètodes alternatius van perdre en valoració i en la majoria dels casos es van deixar de banda. D'aquesta manera s'imposà com a percepció general que el càlcul aritmètic es reduïa a "quatre regles".

3. L'assumpció d'alguns dels mitjans de l'àlgebra (parèntesi, el signe igual, els signes de les operacions, el llenguatge horitzontal) per explicar les operacions d'una manera "metòdica" i en relació amb les seves propietats (imatge 5), amb els consegüents augment en la brevetat i pèrdua de retòrica.

Profesores: ¿Por qué introducir en los ELEMENTOS DE ARITMETICA nociones que les son estrañas, y que mas bien pertenecen al Algebra? Diré en primer lugar, para justificarme, que aquellos autores que han querido dar á conocer ciertas propiedades de los números, sin emplear los signos algebraicos, no han podido presentarlos sino de un modo incompleto y nada metódico; aun habiéndose visto precisados á usar signos abreviados de las operaciones aritméticas, cuando por el contrario el método que yo he observado, me ha permitido establecer una verdadera relacion entre estas propiedades y sus mas importantes aplicaciones. Y en segundo lugar, que estas propiedades, cuyo conocimiento es indispensable á cuantos quieran poseer á fondo la Aritmética, no podrian entrar á formar parte de los Elementos de Algebra, sin destruir la relacion ó encadenamiento que hay entre las teorías que constituye esta parte de las Matemáticas.

En l'actualitat, els textos espanyols integren els distints llenguatges que han anat apareixent en el transcurs de la història (retòric, de columnes i horitzontal) en un model que es completa amb diagrames i fletxes que expressen missatges implícits tàcitament acordats (imatge 6).

Imatge 5. Bourdon, 1843, p. 14

Com multipliquem un número de dues xifres portant

Observa ara com es multiplica 65 per 9:

$65 \rightarrow 60 + 5$	$\times 9$	\rightarrow	$540 + 45$	\rightarrow	$+$	540	$+$	45
-------------------------	------------	---------------	------------	---------------	-----	-------	-----	------

C	D	U
6	5	
\times	\times	\times
4	5	
5	4	0
5	8	5

A la pràctica es fa així:

C	D	U
6	5	
\times	\times	\times
5	4	5
5	8	5

Imatge 6

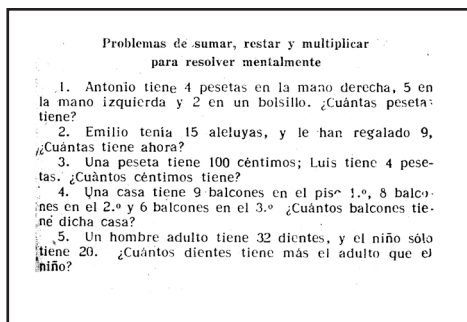
La irrupció del càlcul mental

En els llibres de text del final del segle XIX recobra força la vella teoria de la psicologia de les facultats.⁴ Aquesta teoria considera que la ment està constituïda per diverses facultats, com imaginació, memòria, percepció i raonament, i que aquestes facultats són, en certa manera, anàlogues als músculs i d'acord amb aquesta condició es formen i s'enforteixen amb l'exercitació, com més dura i fatigosa millor.

En l'àmbit de l'ensenyament de les matemàtiques, això va impulsar un corrent que insistia en l'ensinistrament en l'aritmètica mental, que consistia en el fet que l'estudiant resolgués llargues llistes de feines sense permetre-li el recurs al llapis i el paper. Des de llavors, l'aritmètica mental serà una presència comuna en els llibres de text escolars, fet que originà un canvi radical respecte a les aritmètiques precedents, on ni s'esmentava.

A Espanya s'aplicaren els adjectius “oral” i “mental” a una gran varietat de qüestions per ser resoltes de cap: exercicis de comptar, de calcular, problemes d'enunciat, preguntes en relació amb les alteracions de les dades pel resultat, preguntes relacionades amb la comprensió de l'artifici de les operacions (imatge 7).

El declivi de la teoria de “les facultats mentals” sembla que va començar quan, a partir de la dècada de 1920, es va constatar el nul efecte de l'ensinistrament en una disciplina sobre una altra de diferent.⁵ Més tard, noves investigacions van permetre concloure que la memorització de



Imatge 7. Dalmau, 1898, p. 43.

4. Atribuïda al filòsof i matemàtic alemany Christian Wolf (1679-1754) i descrita en la seva obra *Psychologia Rationalis* (1734) (NCTM, 1970b).

5. El declivi d'aquesta teoria de la “disciplina mental” va començar quan, a la dècada de 1920, Thorndike va presentar els resultats de la seva investigació amb test d'intel·ligència on comparava estudiants que havien estudiat “disciplines” amb estudiants d'Educació Física: les puntuacions obtingudes eren similars (Ausubel, 1969).

20 Enterrem els algorismes aritmètics!

fets d'un tipus determinat (poesia) no millora l'habilitat per memoritzar fets d'un altre tipus.⁶

Aquest fenomen va anar acompanyat d'un canvi en la concepció segons la qual el càlcul mental interessa pel seu valor com a disciplina, pel fet de considerar-lo (imatge 8) com a complement del càlcul escrit per a les aplicacions a la vida real.

Deben utilizarse el cálculo mental y el escrito; ambos son indispensables en toda actividad matemática y se complementan. Conviene que el niño se acostumbre a la indicación ordenada de las operaciones en la resolución de los problemas que, sobre todo en los primeros años, tiende a resolver mentalmente.

Imatge 8. Cuestionarios nacionales para la enseñanza primaria, 1953, p. 64

Més endavant, en les orientacions oficials per al currículum espanyol de Primària de la dècada de 1970, la idea que preval és formulada quan es diu que un dels objectius específics de l'Àrea de Matemàtiques ha de ser el desenvolupament de l'agilitat mental en el càlcul (*Folletos del Magisterio Español*, 1970, p. 30), i més tard, en els programes renovats dels anys vuitanta, s'amplia i concreta aquesta idea en termes de càlcul mental i ràpid de sumes, restes, multiplicacions i divisions (*Programas renovados*, 1981a, p. 21; 1981b, p. 7), perquè el càlcul mental és un aspecte a tenir en compte per a l'automatització de les operacions (*op. cit.* p. 72). Com a activitats per desenvolupar l'agilitat mental en el càlcul de les operacions es proposa que s'apliquin les propietats conegudes per simplificar i agilitar el càlcul mental (*op. cit.* 1981b, p. 145).

Tot això en un marc d'ensenyament cíclic (tornar al tema augmentant l'ordre de dificultat en cursos següents), en el qual es distribueixen les tasques de càlcul mental al llarg del llibre de text de cada curs i es procedeix a donar-los un tractament de períodes de temps curts però intensius.

6. Williams James investigà si aprendre una cosa podria ajudar a aprendre'n una altra i trobà que la memorització de certes classes de poesies no milloraven l'habilitat per memoritzar-ne d'altres. James va concloure que la retentiva no es podia millorar amb l'exercitació (Payne, 1966).

Actualment, els textos escolars espanyols actuen amb total llibertat metodològica i s'hi troben combinacions de tres tipus principals de llenguatges: el retòric reglat (imatges 9 i 10), el dels diagrames amb fletxes, i l'horitzontal d'igualtats. Aquest darrer, que és simbòlic i contret, prové de la sintaxi de l'àlgebra i permet unificar la descripció, l'exemple i la fonamentació dels mètodes com una realització de les propietats fonamentals de les operacions.

Multipliquem un número per 99

$$42 \times 99 = 42 \times (100 - 1) = \\ = 4.200 - 42 = 4.158$$

Per multiplicar un número per 99 s'afegeixen dos zeros i després es resta aquest número.

$$426 + 398 = (426 + 400) - 2$$

$$426 + 400 \rightarrow 826 \\ 826 \text{ menys } 2 \rightarrow 824$$

Imatge 9

Imatge 10

Epíleg: propostes alternatives i de futur

De poc temps ençà han sorgit veus a favor d'una aritmètica mental que insisteixi en els fets del sistema de numeració i nocions del valor de posició i en el significat i naturalesa de les quatre operacions (Plunkett, 1979). També s'ha suggerit que s'ha de plantejar l'ensenyament del càlcul mental de manera integrada amb l'algorisme escrit, fins i tot abans que es domini l'algorisme per evitar que influeixi negativament en el càlcul mental. Aquesta última idea va especialment dirigida contra la pràctica escolar d'exercitar el càlcul mental després del càlcul escrit, perquè això fa que molts alumnes, en particular aquells que són destres en càlcul escrit, tendeixin a resoldre el problema de càlcul mental utilitzant les tècniques del càlcul escrit (Hazekamp, 1986). A més, si es pot operar satisfactòriament amb l'emulació en el càlcul escrit, els estudiants no s'adonaran de l'avantatge o la necessitat de desplegar estratègies del càlcul mental, o simplement no faran l'esforç que comporta tot nou aprenentatge.

Una perspectiva, que sembla ser una tendència actual en els currículums, que ubica el càlcul mental en una situació important, per bé que no com la panacea que resoldrà la problemàtica del desenvolupament del pensament numèric, en particular allò relacionat amb les relacions numèriques que descobreixen dreceres convenients per al càlcul; i amb la motivació recreativa que enriqueix l'experiència numèrica.

Bibliografia

- ANAYA (1990). *Matemáticas: 4º E.G.B.: AZIMUT*. Equipo Signo. Madrid: Grupo Anaya.
- ANAYA (1993). *Matemáticas: 3º. Primaria*. Madrid: Grupo ANAYA (Dolores Castañeda, Luis Ferrero, Ignacio Gaztelu, M^a Jesús Luelmo, Pablo Martín, Leopoldo Martínez).
- *Matemáticas: 4º. Primaria*. Madrid: Grupo ANAYA (Luis Ferrero, Ignacio Gaztelu, M^a Jesús Luelmo, Pablo Martín, Leopoldo Martínez).
- AUSUBEL, D. P.; ROBINSON, F. G. (1969). *School Learning. An introduction to Educational Psychology*. Londres, Nova York: Holt, Rinehart & Winston.
- BOURDON, M. (1843). “Elementos de Aritmética”. A *Curso Completo de matemáticas puras. Traducido de la 19.ª edición francesa por D. Calisto Fernández Formentany*. Madrid: Librería de los Srs. viuda e hijos de Calleja.
- BOWERS, H.; BOWERS, J. (1961). *Arithmetical Excursions. An enrichment of Elementary Mathematics*. Nova York: Dover.
- BRUÑO (1933). *Primeras nociones y primeros ejercicios de aritmética: Libro del alumno*. 6a edició. Madrid-Barcelona: “La Instrucción Popular”.
- Cuestionarios nacionales para la enseñanza primaria* (1953). Madrid: Dirección General de Enseñanza Primaria. Servicio de Publicaciones del Ministerio de Educación Nacional.
- DALMAU, Carles (1898). *Resumen de las lecciones de Aritmética: Libro del Alumno: Grado Medio: Nueva Edición*. Girona-Madrid: Dalmau (reed.).
- DE SACROBOSCO, JOHANNES (1240). “Tractatus de arte numerandi”. A J. O. Halliwell (ed.). *Rara Arithmetica, a collection of treatises on the mathematics and subjects connected with them, from ancient inedited manuscripts*. 2a edició. Londres: Samuel Maynard, S., 1841, p. 1-26.
- DE VILLA DEI, Alexander (1202). “Carmen de Algorismo”. A J. O. Halliwell (ed.). *Rara Arithmetica, a collection of treatises on the mathematics and subjects connected with them, from ancient inedited manuscripts*. 2a edició. Londres: Samuel Maynard, S. 1841, p. 73-82.
- FOLLETOS DEL MAGISTERIO ESPAÑOL (1970). *Educación General básica: Nuevas orientaciones: Primera etapa*. 12a edició. Madrid: Magisterio Español.
- HAZEKAMP, D. W. (1986). “Components of Mental Multiplying”. A H. L. Schoen; M. J. Zweng (eds.). *Estimation and mental Computation: 1986 Yearbook*. P. 116-126. Reston, VA: NCTM.
- Programas Renovados de Educación preescolar y Ciclo Inicial* (1981a). Madrid: Escuela Española.
- Programas Renovados de la Educación General Básica. Ciclo Medio* (1981b). Madrid: Escuela Española.
- NCTM (1970b). *A History of Mathematics Education in the United States*

and Canada. Washington, D. C.: National Council of Teachers of Mathematics.

ORTEGA, Juan de (1542). *Tratado subtilísimo de aritmética y geometría*.

PAYNE, J. F. (1966). "An experimental study on the effectiveness of instruction in mental computation in grade V. Doctoral Dissertation, University of Northern Colorado". *A Dissertation Abstracts International*, 27A, 0608.

PLUNKETT, S. (1979). Decomposition and All That Rot. *Mathematics in School*. 8(3), 2-5.

WENTWORTH, G. A. (1893). *Aritmética práctica*. Boston: Ginn and Company (1900).

L'autor dona resposta a la pregunta següent: estem donant als nostres alumnes les millors eines per inserir-se a la societat? I respon amb exemplificacions en l'aprenentatge matemàtic, en què dona prioritat a tot allò que és essencial per integrar escola i realitat.

Escola i realitat. Divergència entre dos mons

Ciscu Lombart i Fernández Té sentit el que "ensenyem" a l'escola?

Mestre de l'Escola Vilamagore (Sant Pere de Vilamajor). Membre d'a+a+ (Grup de Rosa Sensat d'Innovació Matemàtica a Infantil, Primària i Educació Especial)

Dues rectes paral·leles són aquelles que per més que les allarguem mai s'arribaran a trobar. Podria ser que un exemple de rectes paral·leles siguin Escola i Realitat? Estem donant als nostres alumnes les millors eines per inserir-se a la societat? Els preparem per a la vida o simplement els instruïm per resoldre situacions escolaritzades?

Tots hem anat alguna vegada a sopar amb un grup d'amics i tots hem desitjat que, després del fabulós àpat on no ens hem estat de res, un dels presents digués allò de: "No us preocupeu, que això ho pago jo!"

Com que això mai és així, el cambrer arriba amb la safateta, algú agafa el paperet que hi ha i diu: "215 €". En aquest moment passen diferents coses: uns comencen a cercar la cartera, altres esperen que algú faci els càlculs i ja se'n refien del que diguin els altres, uns ràpidament busquen en el mòbil la funció calculadora i diuen el resultat exacte, o d'altres fan un raonament estimat del tipus: "Si som 8 i 8×25 són 200, i 8×2 són 16, ens toca pagar 27 € per cap i sobra 1 €, que l'hi podem deixar al cambrer de propina!"

Qui de tots ells té un millor domini de les matemàtiques?

(Cal parar atenció que ningú ha demanat un paper i un bolígraf al cambrer per fer els algorismes corresponents).

A la classe de P-3 d'una escola, la mestra (de fet el Cicle, amb el beneplàcit de la direcció) decideix que aquest any treballarà les vocals, perquè són les lletres més fàcils (segons ella). La mestra de P-4, com que l'any anterior van aprendre les vocals (fa molts anys que això és així), decideix que treballarà la m, la p, la t..., les lletres que ella considera més usuals, i fan un mural de cada lletra cercant paraules que comencin per aquestes lletres. La mestra de P-5, com que són els més grans, continuarà amb el treball començat a P-4, però amb les lletres que presenten més dificultats, com la g, la j...

Quant haurà d'esperar en Xavier per explicar al seu pare Yago i la seva mare Zaira que ja coneix totes les lletres, ell a qui la "X" l'ha acompanyat des que va néixer, o fins i tot abans, i que l'ha portada escrita a la motxilla, a la bata, als mitjons de psico, al penjador..., des que va entrar a l'escola bressol? Aquestes mestres no s'han parat a pensar que l'entorn d'aquests nens i nenes són plens de lletres i que no les podem anar presentant de forma seqüencial? (Aquesta mateixa escola segur que fa el mateix amb els números. A P-3, a més de les vocals, també aprenen l'1, el 2, i el 3.)

A l'àrea de coneixement del medi es dona el tema de "L'aigua i la terra", on una gota d'aigua anomenada Goti ens explica el cicle de l'aigua, i arriba un moment que el llibre ens planteja una activitat d'avaluació on l'alumne ha de respondre, entre d'altres preguntes, què és un núvol i els diferents tipus de núvols que existeixen. Després de revisar les primeres pàgines del tema (o d'haver-s'ho estudiat a casa en el cas que fos un examen) l'alumne contesta sense dubtar que: un núvol és la condensació del vapor d'aigua continguda en l'aire i que existeixen els cirrus, els cúmuls, els nimbus...

Creieu que aquest alumne reconeix aquests núvols, els quals només ha vist en les il·lustracions del llibre, quan surt de l'escola? Creieu que aquest alumne podrà predir si a la tarda, que té partit de futbol amb els amics, aquella situació de núvols pot acabar en precipitació?

(La gent de Cicle Superior no s'ha plantejat substituir la Goti per en Tomàs Molina al temps de TV3?)

De la inquietud a l'acció

D'exemples com aquests parteix la nostra preocupació. Quantes vegades els aprenentatges que s'ensenyen a l'escola no coincideixen, en gran mesura, amb els que s'utilitzen i es necessiten fora de l'aula?

A la nostra escola pensem que les coses poden fer-se d'una altra manera. Nosaltres, com algunes altres escoles, creiem en un canvi de paradigma, on l'alumne esdevingui el principal protagonista del seu procés d'aprenentatge, on els aprenentatges parteixin de les seves inquietuds, dels seus interessos i de la seva quotidianitat; on es respectin els seus ritmes d'aprenentatge, les seves necessitats i els seus processos de vida; i on la vivenciació i la manipulació siguin els que els duguin a la representació, a la generalització i a l'abstracció de continguts, i a la creació d'estructures cognitives significatives.

L'escola ha de preparar per a la vida, i la vida ha de ser present dins l'escola.

Entomem el repte. L'inici del camí

L'escola Vilamagore va néixer l'any 2005, i en ella es planteja un camí on es combinen l'experiència viscuda, la insatisfacció amb propostes de l'escola convencional, i la reflexió sobre noves maneres d'abordar l'aprenentatge fruit de la lectura i la formació permanent.

Des d'aquest inici vam creure que volíem una escola que es qüestionés cadascuna de les decisions que prenguéssim i, ja que començàvem un projecte nou, que aquest no caigués en els mateixos errors en què queien moltes altres escoles.

Una de les primeres decisions va ser no fer servir llibre de text. A l'educació infantil aquest propòsit és força assumible, però no sabíem què passaria més endavant. A poc a poc, vam veure que aquesta qüestió ens portava a escoltar més els nostres alumnes i estar atents als seus interessos, a les seves demandes, als seus suggeriments... També ens obligava a conèixer-los més bé (tant en l'aspecte personal, com a

nivell d'etapa madurativa), i a estar també atents a tot el que passava en el nostre entorn i aprofitar-nos de totes les seves possibilitats. El dia a dia ens ofereix infinitat de possibilitats d'aprenentatge, només cal prestar-hi atenció.

Així, vam adonar-nos que l'objectiu era fer una escola sense llibre de text que dirigís la nostra acció educativa, i que no ens fes perdre la riquesa del que estàvem aconseguint, amb la finalitat de capacitar el nostre alumnat per integrar-se i comprendre la realitat del seu propi context i ser crítics amb la seva manera de fer.

Ben aviat, però, vam veure que aquest objectiu (que semblava que era l'objectiu final), tot just era l'inici de tot plegat.

Del dubte al repte o el camí cap a la innovació

Però, si no tenim llibres, què fem? Com farcim el dia a dia de l'escola?

De la mà de propostes com *Llegir i escriure per viure* de la Montserrat Fons i *Mirant el món a través dels números* del grup Xucurruc del País Valencià, vam començar el nostre camí cap a aquest projecte d'innovació. En aquest camí ens trobem amb altres amics mestres amb els quals compartim inquietuds semblants, una de les quals era que, coneixedors del treball de l'Ana Teberosky en què explica les diferents fases per les quals passen els nens en l'adquisició de la lectura i l'escriptura, ens plantejàvem si això també podia succeir pel que fa a l'àmbit matemàtic. Això ens va portar a buscar assessorament en aquest camp i començar a investigar pel nostre compte. Aquesta inquietud ens portà a integrar-nos a a+a+ (grup de Rosa Sensat d'innovació matemàtica a Infantil i Primària), que tot just acabava de néixer i, per tant, fôrem membres integrants del grup iniciador.

Visualització de la fita. La integració a a+a+

El grup a+a+ va néixer de la necessitat d'aprofundir en les concepcions teòriques matemàtiques i a partir d'elles potenciar un canvi conceptual de la matemàtica, el procés metodològic i didàctic del seu aprenentatge i la seva implementació per a la transformació general de l'ensenyament.

28 Enterrem els algorismes aritmètics!

En el grup a+a+ hem aprofundit en les metodologies actives, vivencials, manipulatives i lúdiques. Hem desenvolupat processos autoformatius a través de la recerca-acció; hem participat en escoles d'estiu impartint alguns cursos per compartir el nostre treball amb altres mestres i ens ha servit, a més a més (valgui la redundància), per poder intercanviar experiències amb altres persones, escoles i grups d'innovació didàctica, fets que ens han permès conèixer experiències i realitats docents fetes sota perspectives innovadores. Hem conegut i tocat materials, hem aprofundit alhora en el seu ús i les seves possibilitats, n'hem millorat d'existents i també n'hem creat de nous.

Tot aquest bagatge formatiu és el factor clau per donar-nos coratge, convicció i seguretat per endinsar-nos en la transformació conceptual i metodològica de l'escola.

Trenquem amb els algorismes tradicionals

Tornant al plantejament inicial i veient que els currículums escolars cada dia són més extensos, i la societat cada dia delega i responsabilitza de més qüestions l'escola, arriba un moment que no podem fer-ho tot i cal prendre decisions per donar prioritat a allò que resulta més essencial per integrar Escola i Realitat. Les experiències incideixen en tots els àmbits i àrees, però en aquest article, pel fet de tractar-se d'un monogràfic centrat en matemàtiques i concretament en l'ús dels algorismes, només exemplificarem el treball que es porta a terme en aquest punt. Cal dir que altres companys i companyes del grup a+a+ també ho apliquen i ho porten a terme a les seves aules i escoles.

L'escola, davant aquest repte, ha de donar resposta a interrogants com aquests:

- Partint de la base que pocs dels aprenentatges que ara s'ensenyen als nostres alumnes els serviran d'alguna cosa d'aquí pocs anys, *per què hem de continuar ensenyant els algorismes tradicionals (suma, resta, multiplicació, divisió, arrel quadrada...) de forma mecànica, si ja poca gent o ningú els utilitza fora de l'àmbit escolar?*
- *Quin tipus d'alumnes busquem: alumnes que dominin les mecàniques dels algorismes o volem persones amb poder matemàtic?*

Les matemàtiques a l'escola tradicionalment comencen i se centren en la simbolització i per la simbolització, és a dir que s'hi ensenyen i desenvolupen continguts des de l'abstracció del número i la mecanització dels aprenentatges, sense dotar els alumnes d'imatges per a la comprensió d'aquestes operacions i la generació d'estratègies de càlcul. Per què? Perquè l'objectiu que es té és únicament el domini mecànic operatiu sobre paper.

Per a nosaltres això és un objectiu molt pobre i, tornant a l'exemple del principi, poc lligat a la vida real, atès que cap centre comercial, financer, empresa, botiga... no utilitza aquests procediments per resoldre les operacions, exceptuant els centres escolars. A més, ensenyar els alumnes de manera mecànica és fer renunciar els alumnes al seu propi pensament. Quan, al contrari, s'anima els alumnes a inventar els seus propis procediments resolutoris, la cosa canvia.

Nosaltres partim d'aquesta altra perspectiva: que d'algorismes n'hi ha tants com persones i de vegades més, perquè una mateixa persona pot tenir més d'una manera de resoldre una operació. I també partim del fet que qualsevol contingut nou ha de passar forçosament per la seva vivenciació i manipulació prèvia abans de ser simbolitzat (representat en paper), i que serà la generalització d'aquestes representacions les que donaran pas a l'abstracció. Per què? Perquè el nostre objectiu és força més agosarat: volem persones amb poder de càlcul, persones preparades per a la vida, persones crítiques i amb criteri.

El camí de viure les "mates"

A l'escola, els nens i nenes comencen a endinsar-se en el món numèric i del càlcul a través de la vivenciació de propostes matemàtiques a partir d'implicar-los en situacions problemàtiques reals, en contextos de joc (joc dels paquets, joc de les cadires...) o bé en situacions estructurades o que són fruit de la quotidianitat, com la que es viu en aquesta fotografia, on calia que ens organitzéssim en paraigües per veure si podíem sortir de passeig sense mullar-nos.

Si som 25 a la classe, entre nens i nenes, i disposem de 7 paraigües, com ens hem de distribuir per poder sortir al pati i que ningú es mulli? Si volem que ningú es mulli, seria convenient que sota cada paraigua hi hagués el mateix nombre de persones.

30 Enterrem els algorismes aritmètics!

Els alumnes de P-5 poden fer la divisió $25 \div 7$?

La realitat viscuda (la vivenciació de l'acció) ens demostra que sí, i no només això, a més ens permet constatar que fins i tot saben quin és el seu residu.



De forma paral·lela a aquest treball vivencial, a partir de P4/P-5 introduïm els reglets, que tindrà continuïtat i ampli aprofundiment a partir del cycle inicial de Primària. A través de la seva manipulació i experimentació lliure, els començaran a conèixer, a identificar-los, a adonar-se que són de diferents colors, de

diferents mides... A poc a poc, a partir de consignes que proposa el/la mestre/a, començaran a relacionar-los comparant quin és més llarg que l'altre, quin és més curt, buscant un reglet igual que altres dos reglets, veient diverses maneres de confegir un reglet, fent l'ordenació de diferents reglets... Els alumnes, sense saber-ho, estan realitzant activitats de conservació de la quantitat, de descomposició numèrica, d'igualacions de quantitats, d'addició, de sostracció...



De mica en mica i pas a pas, es desvela un gran secret: darrere de cada reglet, s'hi amaga un valor. Alguns nens ja ho saben o ho intuïen. Aquest moment és el moment de fer un repàs de totes i cadascuna de les activitats proposades, però aquesta vegada expressant-nos en llenguatge matemàtic i, per exemple, allà on dèiem que “el reglet marró el podíem fer ajuntant un reglet verd, un de blau i un de rosa”, ara direm que “el 10 el podem aconseguir ajuntant (sumant) 5 més 3

més 2”, i fins i tot ho podem representar en paper utilitzant el signe “+”. És fonamental i bàsic aprofundir tot aquest treball al llarg del cicle inicial.

A partir d’aquestes descobertes, ja estem en disposició de confegir i representar nombres amb aquest material i anar fent aparèixer la placa de 10x10 per la centena i el cub 10x10x10 pel miler.

La interiorització de la unitat, desena, centena i miler amb material manipulable és certament més significativa i consistent que els saquets de 10 caramels dibuixat als llibres de text de moltes editorials.

Descoberta de l’operativitat

Entenem operativitat com aquella situació inicial de la qual, després d’aplicar-hi un canvi, resulta una situació final (d’entrada diferent). Així, amb un joc en què un nen s’amagui darrere d’una cortina, es canviï una peça de roba o es posi un complement i torni a sortir, i els seus companys hagin de veure quin ha estat el canvi produït, ja estem treballant l’operativitat. El joc dels paquets, el fet de distribuir-nos al voltant d’una taula de maneres diferents, jocs d’afegir i treure..., són jocs de tipus operatiu. Aquests jocs són la base de la descomposició numèrica, de la suma, de la resta, de la divisió... És important fer un treball de compondre amb reglets (manipulativament) aquestes activitats realitzades de manera vivencial, i passar després a la seva representació en llenguatge simbòlic matemàtic. Així, “afegir”, “treure”, “complementar”..., passaran a ser termes que ens portaran a treballar les operacions.

Per treballar les operacions hem elaborat un material consistent en uns cartronets en unes caixetes per a cadascuna de les operacions, i cada operació amb diferents nivells de dificultat. Cada proposta té el seu resultat al darrere per possibilitar-ne l’autocorrecció.

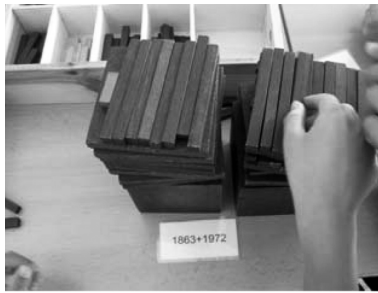
Els alumnes realitzen manipulativament i de manera autònoma les operacions amb els reglets, àbacs, tps de colors o taula perforada Montessori, i tot seguit van transformant aquesta acció en representacions simbòliques sobre paper, tant



32 Enterrem els algorismes aritmètics!

el dibuix que genera el material com la seva explicació oral, i també amb la corresponent representació en llenguatge matemàtic, i així van produint i creant el seu propi algorisme personal.

Aquest treball el comencem amb els reglets, un material concret amb valor unitari, és a dir que el seu valor coincideix amb la seva mida, per passar de forma natural a treballar amb àbacs, on el valor ja no és unitari sinó posicional, és a dir que ara el valor ja no depèn de la mida sinó de la posició que ocupa i es pot així operar amb nombres més grans. Els taps i les boletes de la taula perforada vénen a ser uns àbacs sense guia que utilitzem per realitzar el producte i la divisió de quantitats grans, on ja no podem utilitzar els reglets, i on el valor el dóna una convenció de color.



Tot aquest treball manipulatiu de càlcul que portem a terme a l'escola, el fet de poder “veure i tocar” les operacions, dota els nostres alumnes d'imatges i de poder matemàtic, i els ajuda a descobrir i generar estratègies de càlcul.



El treball amb reglets, àbacs i altres materials els porta a entendre i interioritzar aspectes de descomposició numèrica, les propietats

(commutativa, associativa i distributiva) i les lleis de les operacions, que des d'una explicació magistral a la pissarra aviat són oblidades i no generen poder de càlcul.

Un exemple

Resolem un producte com aquest: 13×15 .

A la majoria de les escoles i a tots nosaltres ens van ensenyar a fer-ho d'aquesta manera:

$$\begin{array}{r} 13 \\ \times 15 \\ \hline 65 \\ 130 \\ \hline 195 \end{array}$$

L'operació resolta amb l'algorisme tradicional no genera imatges que ens ajudin a crear cap estratègia. Aquests algorismes mecanitzats ens ajuden a resoldre, però no ens porten a cap aprenentatge. Quan oferim a l'alumne la possibilitat de manipular l'operació i veure el disseny que forma, i quan aquesta manipulació ens aporta la possibilitat de crear l'algorisme, això sí que genera aprenentatge i poder de càlcul.



Per resoldre 13×15 de forma manipulativa hem de pensar la multiplicació des d'un punt de vista geomètric col·locant els dos factors del producte com els costats d'un rectangle, i després omplir l'espai o superfície interior creada amb el mínim de reglets possibles.

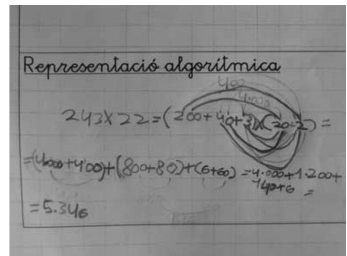
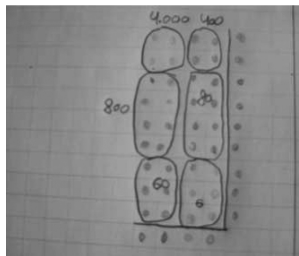
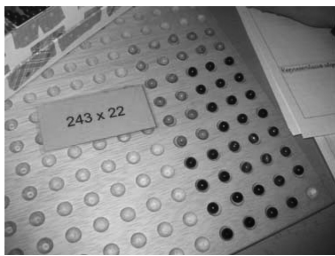
Aquesta composició dona un dibuix, una representació, que els alumnes analitzen, arribant a “veure i tocar” la descomposició del 13 en $10+3$, la descomposició del 15 en $10+5$, i “veure i aplicar” la

34 Enterrem els algorismes aritmètics!

propietat distributiva $(10+3) \times (10+5)$, gairebé sense conèixer-la. Fent aquesta multiplicació amb un material com els reglets, els alumnes veuen clarament els quatre resultats parcials d'haver aplicat la propietat distributiva $(100+50+30+15)$, i ràpidament poden veure que el resultat és 195.

Com ja hem dit, aquesta manipulació cal traspassar-la, tot seguit, al món simbòlic. Aquest pas del món manipulatiu al simbòlic serà el que ajudarà els alumnes a crear els propis algorismes personals.

La resolució d'una operació d'aquesta manera aporta més aprenentatge que un full ple d'operacions resoltes amb l'algorisme tradicional, i a més a més genera estratègies resoltores de càlcul mental per a altres multiplicacions del mateix tipus.



Aquestes imatges corresponen a treballs d'alumnes de 4t/5è que són fruit del treball amb material manipulable (reglets, àbacs, taula perforada Montessori...). La 1a imatge és l'operació 243×22 realitzada amb la taula perforada, la 2a imatge és la representació del dibuix que genera l'operació, i la 3a imatge és la simbolització en llenguatge matemàtic.

Els alumnes que han mecanitzat les operacions de forma tradicional, sobretot aquells amb més destresa en càlcul escrit, els costa aplicar estratègies de càlcul mental, fer una estimació del resultat d'una operació o buscar quina és l'estratègia de càlcul més ràpida, eficient i fàcil per resoldre una operació... Els costa pensar i prefereixen resoldre les operacions amb l'algorisme tradicional, encara que aquest sigui més feixuc, i pel que fa al càlcul mental, normalment no fan altra cosa que un càlcul escrit, però sense paper.

És important destacar que, a més, amb tot aquest treball vivencial i manipulatiu els alumnes gaudeixen més dels seus aprenentatges, aug-

menten el seu interès i motivació, aprenen de forma més significativa i adquireixen eines i competències per a la vida; i tu, com a mestre, també gaudeixes molt més de la teva professió.

Els alumnes veuen com cada dia aprenen coses noves, que agafen poder de càlcul, visió matemàtica, que el càlcul i la geometria s'interrelacionen, i que el número i les operacions ja no són només elements abstractes, sinó realitats i llenguatge.

On som ara?

Som tot just al principi d'aquest llarg camí, però ja veiem que, a mesura que els alumnes van resolent operacions de forma manipulativa, van representant les imatges que s'esdevenen i traspassen aquests dibuixos a llenguatge matemàtic mitjançant un algorisme, van generant poder de càlcul. Així, el poder de les imatges, el poder de la descomposició, el poder de dominar les propietats de les operacions porta els alumnes a resoldre mentalment i de manera ràpida les operacions.

Cap a on anem?

Anem darrere de fer nens i nenes competents i amb eines per enfrontar-se a la vida, i això passa en matemàtiques per anar reduint, dia a dia, el valor i la dedicació a l'ús i l'aprenentatge dels algorismes matemàtics i la mecanització del càlcul escrit, i anar-los substituint per la força del càlcul mental, en què l'alumne tingui el protagonisme de ser ell mateix qui generi aquest poder.

Darrere de tot això s'amaga un concepte d'educació que va molt més enllà que la de transmetre coneixements. El que es pretén és preparar gent que pensí, gent crítica, gent capaç de transformar el seu entorn.

Alguns dels meus alumnes ja veuen coses darrere d'una operació que jo ja no veig. Anem per bon camí!

Escola i realitat: dos mons cridats a entendre's, a conviure i a treballar plegats.

Bibliografia

- CALLÍS, Josep. (2008). “El què, com, quan i per què de la manipulació”, a *Perspectiva Escolar. Manipular per aprendre*, núm. 329. Barcelona: Rosa Sensat, novembre.
- CANALS, M. Antònia. (2010). *Els reglets*. Barcelona: Rosa Sensat.
- CARBÓ, Liliana; GRÀCIA, Vicent (coord.) (2002). *Mirant el món a través dels números*. Lleida: Pagès Editors.
- ESCOLA d'AGUAMANSA (Tenerife). <<http://www.aguamansa.es/>>.
<<http://www.youtube.com/user/ceipaguamansa#g/c/EFBFA9F5-C028AC39>>.
- FONS, Montserrat (1999). *Llegir i escriure per viure*. Barcelona: La Galera.
- KAMII, Constance (1994). *El niño reinventa la aritmética*. Madrid: Antonio Machado Libros.
- WILD, Rebeca. (1999). *Educación para ser*. Barcelona: Herder.

L'autor, analitzant llibres de text de matemàtiques, posa en evidència que la majoria han variat la forma però no el contingut. L'article exposa molts exemples de conceptes equivocats, magnituds desproporcionades i activitats sense sentit.

El llibre de text: ajuda o llast en l'aprenentatge?

El context

Aquests darrers anys s'han viscut diverses revolucions educatives: el pas del tinter al bolígraf Bic, la desaparició de l'enciclopèdia Álvarez amb la seva forta càrrega religiosa, l'aparició de vistosos llibres de text, la introducció d'Internet, les aules d'informàtica... Algunes d'aquestes revolucions han significat un canvi enorme o han obert noves possibilitats; d'altres han variat les formes, però no el contingut. Els llibres de text estan en aquest últim grup, i la culpa és del tot atribuïble a nosaltres mateixos, als docents. No hem sabut utilitzar-los com un recurs més donar-los el seu moment a l'aula, i ens hi hem abandonat cedint-los tot el protagonisme en el procés d'ensenyament i aprenentatge. En aquesta rutina, no ens parem a valorar si el seu ús és convenient, ni la credibilitat d'allò que exposen. Que aquesta lectura serveixi com a reflexió.

La realitat

Quan reflexionem sobre la funció del llibre, aquest ésser superior que ens controla, ens domina, ens fa ombra i determina la nostra feina diària, podem formular-nos preguntes com:

Francisco Morales Villegas

Mestre (CEIP
La Estrella-Tenerife)
Membre del Grupo
Capicúa 2002
Membre de la Sociedad
de Profesores de
Matemáticas Isaac
Newton (Canàries)
<fmorvil@gobiernode
canarias.org>

38 Enterrem els algorismes aritmètics!

- Els meus alumnes aprenen realment amb el llibre de text? Milloren el seu pensament?
- Els ajuda a construir els fonaments del seu raonament logicomatemàtic i és competent en l'àrea?
- Els capacita per enfrontar-se amb eficàcia a problemes de la vida quotidiana?
- Possibilita i es fonamenta en situacions quotidianes que plantegin desafiaments matemàtics atractius?
- Afavoreix l'ús habitual de recursos i materials didàctics variats per ser manipulats?

Si obrim aquests llibres de text i en fullegem les pàgines de manera superficial, veurem que són bonics, alegres, acolorits, però, res més? Aquesta és tota la nostra anàlisi de professionals de l'ensenyament?

La resposta és NO. Els hem d'estudiar amb profunditat i rigor, hem de veure si responen a les nostres pretensions, a la programació, al nivell del nostre alumnat, a allò que marca la llei i a allò que la societat del futur necessita.

Després d'haver analitzat durant uns quants anys tots els llibres de matemàtiques que arribaven al centre, hi he trobat una gran quantitat de sorpreses. En molts casos, hi apareixen conceptes equivocats, magnituds desproporcionades i activitats sense sentit. N'han desaparegut la vivenciació, la manipulació, el raonament, el diàleg, l'argumentació, el descobriment, la connexió amb la realitat... Importa més el mecanisme que la lògica, escriure que pensar, la repetició que l'aprofundiment, l'algorisme que el concepte, el contingut que el coneixement, i el que és pitjor, és més important el llibre que el mestre.

Vegem alguns exemples compilats dels molts que existeixen. Estan agrupats per similituds en el contingut a tractar, i en el tipus d'error, en molts casos recurrents, tot i tractar-se d'editorials diferents.

Bloc I. Números i operacions. El triomf de l'algorisme

1. Multiplicació. S'hi imposa un ensenyament dels algorismes sense explicació dels aspectes que els generen. No hi ha altres algorismes alternatius o diferents, ni hi ha estratègies per al càlcul mental. Això mateix s'esdevé amb els algorismes de la resta d'operacions. S'obliden

les fases vivencials, manipulatives i gràfiques, i es passa a ensenyar els trucs i no el sentit de l'operació.

A més, en el nostre exemple, si l'Anna polsa 167 tecles per minut, ja podria ser més espavilada i usar la calculadora de l'ordinador per fer l'operació.

$$\begin{array}{r} 1.642 \\ \times 341 \\ \hline 1642 \\ 6568 \\ +4926 \\ \hline 559.922 \end{array}$$

2. En aquest altre cas, l'alumne s'ha de fixar en l'exemple, i amb això ja n'hi haurà prou per poder comprendre i realitzar les altres multiplicacions. Si els mestres, després d'anys de pràctica de l'algorisme de la multiplicació, posant-nos al costat de l'alumne, no sempre aconseguim que el facin bé, com volem que ho aconseguixi amb la sola observació d'un conjunt de números col·locats sense cap sentit aparent?

3. Ha arribat el moment de la divisió per tres xifres. Els alumnes estan exultants. En l'exemple, s'hi cita algun "Supervendes", i volem felicitar el seu autor i l'editorial. No seria sobrer recordar que la tirada mitjana a Espanya està entre 3.000 i 5.000 exemplars, i en aquest magatzem en tenen 15.428. No hi trobem a faltar solament la contextualització dels problemes, sinó també la versemblança.

En contraposició a aquests exercicis que programen els llibres, hi ha altres propostes que ens permeten treballar la numeració tal com planteja la LOE. Només hem de mirar cap a la vida real, al nostre voltant: fullets de supermercat, preus d'automòbils, factures de telefonia, organització de viatges, preu del pintat de la nostra aula, la carta dels Reis, les rebaixes, el preu del material escolar, compres per a les festes, decoració de l'escola, vendes de productes de l'hort escolar,

MULTIPLICAR PER DIVERSES XIFRES

L'Anna ha après a escriure en el teclat de l'ordinador i polsa 167 tecles per minut. Quantes tecles polsarà en 25 minuts?

Per esbrinar-ho, **multipliquem** 167 x 25.

1. Multipliquem el primer factor per 5 unitats.

$$\begin{array}{r} \text{C D U} \\ 167 \\ \times 5 \\ \hline 835 \end{array}$$

$$167 \times 5 = 835$$

2. Deixem buida la columna de les unitats i multipliquem 167 per 2.

$$\begin{array}{r} \text{C D U} \\ 167 \\ \times 25 \\ \hline 835 \\ 334 \end{array}$$

$$167 \times 2 = 334$$

3. Sumem els dos productes anteriors.

$$\begin{array}{r} \text{C D U} \\ 167 \\ \times 25 \\ \hline 835 \\ +334 \\ \hline 4175 \end{array}$$

Polsarà 4.175 tecles en 25 minuts.

En un magatzem de llibres hi ha 15.428 exemplars de la mateixa novel·la. Si els empaqueten en caixes on caben 125 llibres, quantes caixes necessitaran?

Solució:.....

40 Enterrem els algorismes aritmètics!

construcció d'una maqueta, receptes de cuina, etc. Això serà més motivador i servirà per obtenir informació en situacions reals, observar propietats, establir relacions i resoldre problemes concrets.

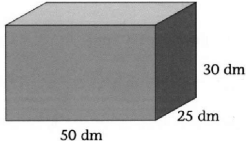
Bloc II. La "no mesura" i les dimensions desproporcionades

Quan ens parlen de mesura, es presenten i utilitzen unitats del Sistema Mètric molt enganyoses, i com passa en algunes pel·lícules, qualsevol semblança amb la realitat és pura coincidència.

1. Només començar amb les unitats de longitud, les més fàcils per a la manipulació, se'ns introdueix en diferents editorials la similitud del decímetre i del bolígraf, no gens coincident amb la realitat. És rar veure un llibre de text que ens demani que agafem una cinta mètrica i mesurem alguna cosa del nostre voltant, o nosaltres mateixos. Les mesures ja vénen donades (i molt mal donades). I no deu ser pas per falta de claredat de la LOE, la qual ens indica en el seu bloc segon: "Cal considerar la necessitat del mesurament, aplicant-lo en situacions diverses, com també establint els mecanismes per fer-lo: elecció d'instrument i unitat, relacions entre unitats i grau de fiabilitat i exactitud."

2. Si parlem de mesures de superfície, la situació empitjora. Ja sabem que en un llibre no hi cap un metre quadrat, no el podem representar a la seva escala real, però un decímetre quadrat i un centímetre quadrat, sí que hi caben. Per què, doncs, no hi apareixen amb la seva grandària? Per què són tan idèntiques aquestes tres unitats?

Quants centímetres quadrats de paper necessaries per embolicar aquesta caixa?



50 dm 25 dm 30 dm

Si la caixa fos el doble de grossa, quants centímetres quadrats de paper necessaries?

3. Els qui van dissenyar els següents exercicis, segur que van patir en la seva escolaritat més primerenca l'ensenyament de la famosa escala per la qual es puja i es baixa sense saber gaire bé per a què. Us invito a

calcular i a intentar representar a grandària real la caixa que planteja aquest problema. Ah, i no us perdeu l'última frase: "Si la caixa fos el

doble de grossa...” Es deuen referir a un contenidor per transportar mercaderies? I en aquest cas, per què s’ha d’embolicar?

4. Aquí s’indica que la taula és molt gran. Deu ser-ho, perquè hi ha pisos amb una superfície més petita.

5. Sembla normal i d’allò més habitual que ens trobem amb situacions en les quals algú comenta: “Fes-me un tall de formatge de $50^{\circ} 17' i 32''$ ”. Aquí veiem reflectida la comunió entre la vida mateixa i les matemàtiques.

El mesurament ha de “fer-se”. És l’única manera d’aprendre’l, de comprendre la utilitat dels múltiples i submúltiples, d’interioritzar les magnituds, de conèixer el funcionament dels instruments de mesurament, de comprovar les nostres estimacions, de compartir i debatre estratègies, etc.

Bloc III. Aeronaus despistades

Són clàssics els problemes d’avions, fet lògic atès l’interès que desperten en els més petits. El que ja no és tan lògic és que les dades que apareixen en els seus problemes no tinguin sentit i portin a conceptes equivocats.

1. La distància real entre Lugo i Tenerife és d’uns 1.850 quilòmetres en línia recta i no de 958. L’única opció possible perquè la distància sigui la que diu el llibre seria col·locar Tenerife en el lloc en què ha aparegut durant dècades en els llibres de text: sota les Balears. Però aquesta llicència que es prenen els llibres no sembla que sigui gaire adequada, si més no per als que vivim en aquesta illa.

2. Menció honorífica de desconeixement de la realitat es mereix el problema següent. Parla d’un avió que vola a

Una taula molt gran té una superfície de 37 m^2 , 16 dm^2 , 21 cm^2 i 42 mm^2 . Digue’s la seva mesura en les següents unitats:

- Metres quadrats.
- Centímetres quadrats.

La Cristina ha menjat un tros de formatge de $50^{\circ} 17' 32''$; l’Anna un de $14^{\circ} 34' 12''$ i en Josep, un altre de $41^{\circ} 8' 16''$. Quants graus del formatge han menjat entre els tres?

Entre els tres han menjat.....

Multiplicació per números de dues o més xifres

Un avió viatja de Tenerife a Lugo un cop cada dia i recorre 958 km en cada viatge. Quants quilòmetres recorrerà en un any?



42 Enterrem els algorismes aritmètics!

Un avió vola a 2.750,54 km d'altura, i un altre avió vola a 83,78 km per sota del primer. A quants quilòmetres d'altura vola el segon avió?

2.750,54 km d'altura. Haurien de saber que els avions comercials volen a una altura que oscil·la entre 10 i 12 qui-

lòmetres sobre el nivell del mar. L'estació espacial internacional ho fa a uns 400 quilòmetres sobre els nostres caps. De quin tipus d'avió estem parlant, doncs?

Si volem restar amb decimals, segur que hi ha exemples més creïbles. Podem utilitzar el sistema monetari i seguir les instruccions de la LOE, amb una matemàtica funcional que possibiliti la comprensió i resolució de problemes de la vida quotidiana.

Bloc IV. La vida de nens en llocs inhòspits

A les editorials els agraden molt les situacions en les quals uns infants solitaris viuen a centenars de quilòmetres de qualsevol lloc habitat i els cal recórrer enormes distàncies per trobar-se amb els seus familiars o amics.

L'Aroa deixa el seu gos Troi en Pere perquè ha de marxar de vacances i no pot prendre'l. Ha assenyalat en el mapa la distància entre la casa d'en Pere i els llocs on pot anar. Què està més a prop d'en Troi, la platja o el bosc?

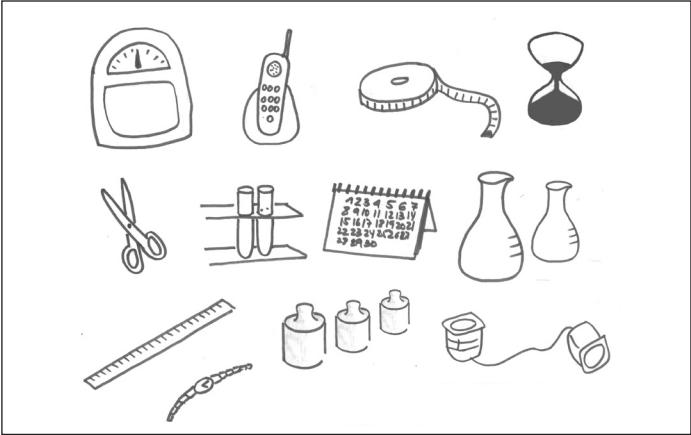
En alguns casos, s'hi incorpora un toc d'humor, com en la frase de la fitxa 18: "En Jaume no vol recórrer gaires quilòmetres". Aquesta ironia augmenta més el despropòsit.

A vegades s'incorpora al títol de l'activitat la paraula "competència", potser per convèncer el mestre de la qualitat de la fitxa. Res més enganyós. Competència suposa la capacitat d'usar funcionalment els coneixements i les habilitats en contextos diferents, i implica comprensió, reflexió i raonament.

Utilitzem plànols i mapes reals, cerquem-los en la Web o a l'Ajuntament, demanem els plànols del col·legi i mesurem la realitat amb objectius que tinguin aplicació en la nostra vida futura.

44 Enterrem els algorismes aritmètics!

El laboratori està molt desendreçat. Ordena els instruments de mesura d'acord amb les seves utilitats.



1. Classifica en el teu quadern els instruments de mesura que veus al dibuix anterior.

LONGITUD CAPACITAT MASSA TEMPS

2. Indica, també, la unitat de mesura que utilitzen aquests instruments.

3. Escull dos d'aquests objectes, i imagina què hi pots mesurar.

- Els recursos que utilitza l'alumnat.
- Els criteris d'avaluació als quals es refereix.
- Allò que s'aprèn identificant dibuixos d'instruments de mesura.
- L'aplicació futura que es desenvolupa "imaginant" allò que podríem mesurar.

Conclusió

Podem utilitzar el llibre de text com a recurs, però amb sentit crític. Hem de valorar la pertinència de les seves activitats, i completar amb les nostres propostes tots aquells conceptes i procediments dels quals manca. Convé recordar que qualsevol dels materials que utilitzem a l'aula, solament són un mitjà per aconseguir un bon aprenentatge, no

són un fi en ells mateixos, motiu pel qual els hem de donar el seu just valor i temps d'ús. La utilització arbitrària i continuada del llibre de text anul·la la creativitat de l'alumnat. Potser permet l'acumulació d'una quantitat limitada de coneixements, però no ensenya a pensar com es poden aplicar.

Amb l'ús dels llibres solament aconseguim un aprenentatge mecànic, poc significatiu. Ens exercitem en l'aplicació d'algorismes durant la major part del curs i oblidem altres aspectes de la matemàtica, on realment pren sentit la numeració.

Potser va ser una bona opció com a únic recurs a les aules de fa unes quantes dècades, però si observem la situació actual de l'educació i els resultats que s'obtenen en les proves internacionals, es veu clarament que cal canviar radicalment. Hem de plantejar metodologies menys transmissives i més constructivistes, afavorir el treball en col·laboració, centrar-nos més en els interessos de l'alumnat, fomentar la investigació i el descobriment, promoure una actitud científica i creativa. Ras i curt: reinventar les matemàtiques.

És necessària una reconfiguració total dels mètodes d'ensenyament i aprenentatge de les matemàtiques des d'Infantil fins a la Universitat. I que els nous mètodes permetin capacitar els infants per moure's pel camp logicomatemàtic sense dificultat en la vida diària.

Algorismes personals per al desenvolupament del càlcul mental. Una experiència real

Jesús Mario

Iglesias Pérez

Mestre d'Educació Primària, llicenciat en Història i membre del Grupo de Investigación-acción en Educación Matemática Capicúa 2002. <jiglper@yahoo.es>

Antonio Ramón

Martín Adrián

Mestre d'Educació Primària, llicenciat en Pedagogia i membre del Grupo de Investigación-acción en Educación Matemática Capicúa 2002. <tonycapicuacua@yahoo.es>

El centre

L'actual CEIP Aguamansa va començar la seva activitat el curs 1991-1992 com un col·legi d'Infantil i EGB. Està situat al barri d'Aguamansa, a la zona alta del Valle de La Orotava (Tenerife), a una altitud de 1.000 m sobre el nivell del mar. Hi predomina una població dispersa, dedicada principalment al sector de la construcció i l'hoteleria, amb escassa qualificació. El nivell cultural és dels més baixos de l'arxipèlag canari, amb un alt índex d'analfabetisme, encara que aquestes tendències han canviat substancialment amb el pas dels anys.

Si podíem assenyalar alguna de les característiques comunes al professorat que iniciava el seu camí en aquest centre era la seva inquietud per la renovació pedagògica, la seva dedicació i les ganes d'oferir un ensenyament alternatiu a allò que era tradicional en aquella època. Ja des del començament, el claustre s'involucrà en projectes que des de la Conselleria d'Educació s'oferien com un recurs per a un canvi metodològic (com el Programa d'Aules-Taller). Es buscava una metodologia global, que fomentés el treball cooperatiu, l'autonomia de l'alumnat i la participació i aprofitament de tots els recursos que l'entorn ens oferia. Al principi es va insistir molt en la metodologia de projectes.

L'inici del canvi

Amb el pas del temps, el nostre centre es convertí en un col·legi d'Infantil i Primària. Un grup de mestres començà de plantejar-se un canvi més profund en la metodologia de les matemàtiques. Érem conscients que tot allò que estàvem fent era molt poc significatiu per als nostres alumnes. Els llibres de text no responien als interessos ni d'alumnes ni de mestres; a vegades més aviat eren una trava per avançar en allò que realment era important i volien saber; i sobretot, allò que proposaven els programes era una constant reiteració d'unes tècniques que potser anys enrere devien tenir sentit, però que en l'actualitat i a mesura que passa el temps, han quedat anquilosades i solament són una rèmorra per als nostres alumnes. Ens adonàrem que en les classes de matemàtiques reproduïen les mateixes coses que havien fet amb nosaltres els nostres mestres i s'havia fet en dècades anteriors, però que els alumnes ja no eren iguals, la societat havia canviat, i amb ella els interessos dels nois, les necessitats i el dia a dia del càlcul i de les matemàtiques d'ús diari.

D'altra banda, també vam descobrir que existia un càlcul personal que sol ser molt més lògic i raonable que el càlcul que s'ensenyava i imposava a classe i que, en no permetre que els alumnes el desenvolupessin, s'estava perdent. El problema era que tot això que els nostres nois duïen al cap i volíem que fluís a la classe de matemàtiques era molt difícil de controlar; ja no depenia d'un llapis i un paper, sinó que era tot un raonament i, és clar, el mestre a vegades no arribava a "veure" allò que veïen els alumnes. Solució: havíem de deixar fluir el raonament i les estratègies personals; havíem d'escollar els nostres alumnes... i, per què no?, també havíem d'aprendre formes de pensar distintes de les que estàvem habituats... i que funcionaven!

Al principi, la primera cosa que vam fer va ser la recerca de bibliografia i experiències que apuntalessin les nostres idees i recolzar-nos en allò que altres autors ja havien experimentat. Llegíem llibres i articles que apostaven per un canvi en la manera de treballar les matemàtiques. Intentàvem dur a classe les propostes d'aquests autors, a vegades amb la inseguretat d'uns novençans que es llencen a experimentar quelcom desconegut, però amb la convicció que ja havíem fet els primers passos per canviar quelcom amb què no estàvem d'acord.

48 Enterrem els algorismes aritmètics!

Un dels primers llibres que vam agafar com a referent va ser *Los números en color de G. Cuisenaire*, de José Antonio Fernández Bravo. Vam començar a treballar la numeració i el càlcul en el primer cicle de Primària basant-nos en la manipulació dels Reglets de Cuisenaire. La nostra sorpresa va ser gran quan ens vam adonar de tot allò que els nostres alumnes eren capaços de descobrir amb la manipulació de materials, i com respectant les tres fases (manipulativa, gràfica i simbòlica), construïen el seu propi pensament i apareixien estratègies personals de càlcul que abans ni ens podíem imaginar. També ens vam adonar que érem molt lluny de la realitat del nen quan ens entestàvem, amb tota la nostra bona voluntat, a “donar el currículum”, a omplir fulls de llibres sense sentit ni funcionalitat i molt menys atractiu per als infants.

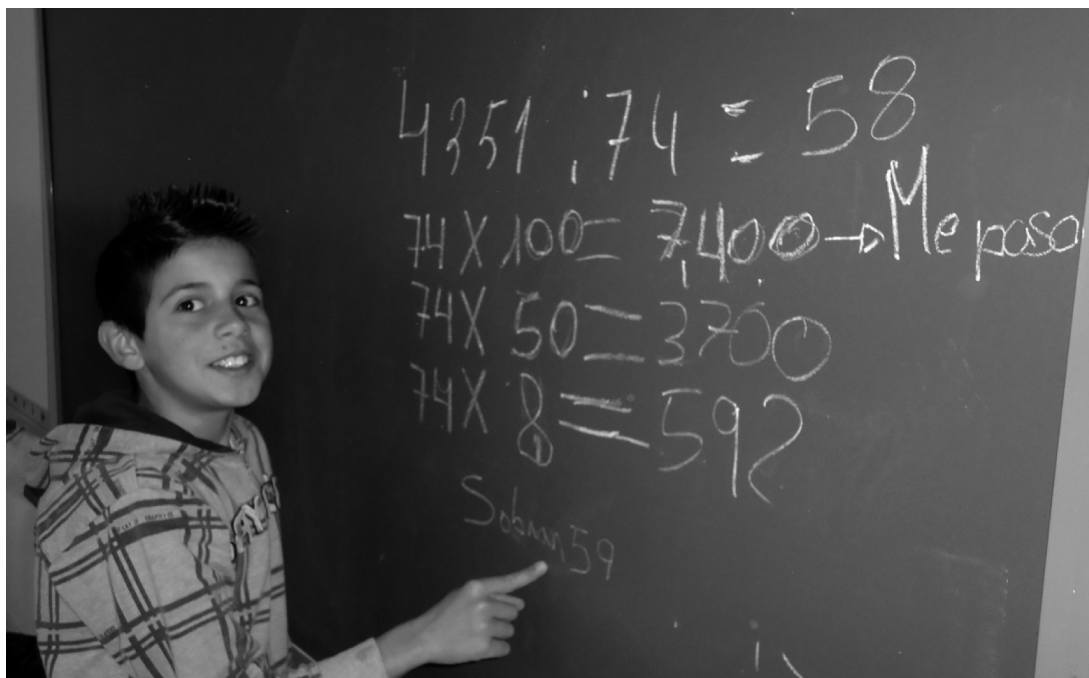
Altres llibres que van ser decisius en el canvi metodològic del centre van ser els treballs de Constance Kamii, de manera fonamental els relacionats amb el desenvolupament de l'autonomia moral i intel·lectual i l'eliminació dels algorismes tradicionals de les operacions aritmètiques (ATOA), els quals obligaven els alumnes a renunciar al seu propi pensament.

L'assumpte del canvi va provocar tardes de grans debats en el claustre, per bé que a poc a poc es va anar imposant l'evidència a mesura que veïem com els alumnes anaven desenvolupant habilitats especials per al càlcul mental utilitzant altres algorismes diferents dels tradicionals, a més dels inventats per ells mateixos. Ràpidament, van passar a apropiarse de la pràctica, a les classes de matemàtiques, d'altres algorismes alternatius als ATOA. Però continuaven convivint a les nostres aules amb els tradicionals, fins que un mestre es va rebel·lar i va dir al claustre que ell no es veia ensenyant mai més “me n'emporto una, afegeix-la a la columna de les desenes...”; que un mestre servia per ensenyar conceptes que els pares no fossin capaços de transmetre, com s'ha demostrat, als anys següents, amb els diferents videoarticles que s'han elaborat al centre.

Després del posicionament anterior, altres companys ens vam unir en l'eliminació dels ATOA dels nostres plans d'estudi, i vam començar a llegir i a posar en pràctica altres algorismes que desenvolupaven el càlcul mental i la resolució de problemes.

El paper de la mestra i el mestre

La posició adoptada significava un canvi de rol en les pràctiques d'aula, perquè es començà a abandonar el llibre de text com a guia per a l'aprenentatge i a sintonitzar amb el moviment de la investigació-acció en Educació Matemàtica. No ens preocupava tant transmetre continguts com analitzar molt i reflexionar sobre allò que fèiem per poder millorar-los. Va ser decisiva l'adopció de la investigació-acció perquè comencés a haver-hi un canvi molt significatiu en una formació matemàtica més bona que començava a tenir l'alumnat del nostre centre. Els mestres portàvem propostes didàctiques a l'aula, experimentàvem, i vàiem com es podien millorar en les reunions amb els companys. Per aconseguir-ho, va ser decisiva la introducció del videoarticle com a principal eina per a la investigació. Enregistràvem determinats moments de la classe per després estudiar-los en conjunt amb la resta de companys. Era formidable veure la quantitat d'observacions positives i suggeriments que es feien per millorar l'aprenentatge de l'alumnat. Ara bé, també tenia una gran influència



la lectura dels treballs de Kamii, on relatava les experiències d'aula que ella feia amb mestres a Alabama, i que nosaltres adaptàvem a Aguamansa, i confirmàvem les seves conclusions. De totes aquelles experiències, la que va tenir una influència decisiva va ser la de no ensenyar els ATOA als nens, perquè això feia renunciar al pensament natural, el qual generalment va de l'esquerra a la dreta, mentre que els ATOA ho feien al revés.

Encara que aquest treball aborda la qüestió dels algorismes, no hem d'oblidar que no té gaire sentit treballar-hi si no van dintre de la resolució de problemes, que és el gran objectiu de les classes de matemàtiques al nostre col·legi. D'altra banda, quan els alumnes coneixen la utilitat dels algorismes, podem dedicar sessions solament a desenvolupar el càlcul mental, que és el que tractem de mostrar en aquest article.

Un altre factor important per al canvi metodològic era procurar, sempre que es pogués, que hi hagués dos mestres a l'aula, un dels quals prenia la iniciativa, mentre l'altre observava el treball que aquest feia amb els alumnes. Es van canviar moltes concepcions i mites d'aquesta professió, no per dir-ho, sinó per veure-ho en viu i en directe.

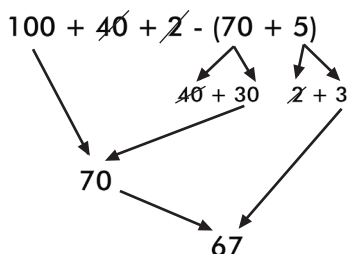
A tall d'exemple: algorismes per a la resta pensant

Des de fa segles, és una preocupació general del mestre el tractament de l'anomenada "resta portant-ne", la qual, al nostre col·legi passa a denominar-se la "resta pensant". S'han escrit centenars d'articles i llibres que fan referència a aquesta qüestió. Es busca la manera que els alumnes superin els errors que cometem i es desenvolupen activitats per aconseguir-ho, quan l'eix principal de la qüestió és l'algorisme tradicional de la resta en si, que obliga a una mecànica incomprensible per a l'alumne, el qual l'aprèn únicament per superar els cursos següents. Com a contrapartida hi ha els algorismes creats pels mateixos alumnes, que sorgeixen gràcies a la manipulació dels reglets de Cuisenaire, amb els quals es generen processos de pensament matemàtic gràcies a l'activitat manual sobre els objectes.

A continuació, veiem alguns dels càlculs mentals que fan els alumnes per resoldre la resta pensant.

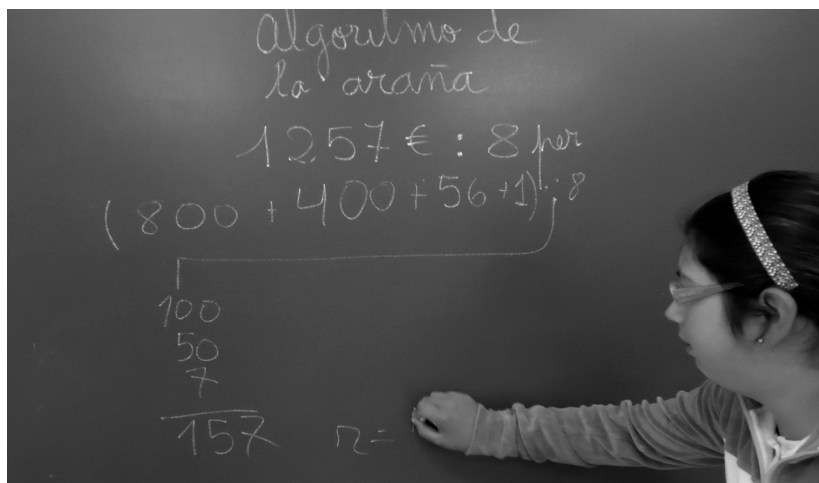
El cas d'en Tomàs de 2n de Primària

Les estratègies personals que fa servir per resoldre $142-75$ són:



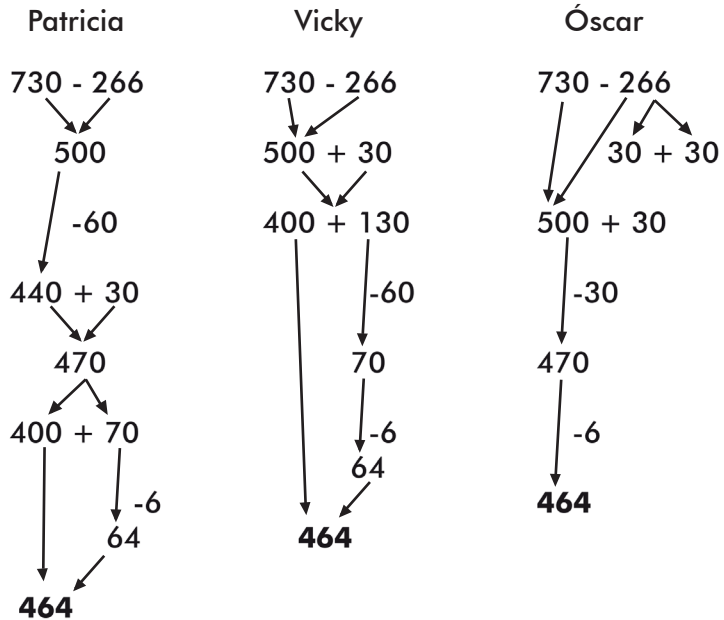
—TOMÁS: El setanta està format per un quaranta i un trenta. El cinc està format per un dos i un tres. El cent quaranta-dos per un cent, un quaranta i un dos. A quaranta n'hi trec quaranta i a dos n'hi trec dos. Me'n queden cent. A cent n'hi trec trenta i me'n queden setanta. A setanta n'hi prenc 3 i el resultat és 67.

Els casos de la Patricia, la Vicky i l'Óscar de 2n de Primària



Per resoldre l'operació $730-266$, veiem els algorismes personals que fa servir cada un per aconseguir el resultat. Cal dir que el càlcul és mental (no escrit), aquí recollim les estratègies que processen les seves estructures cognitives.

52 Enterrem els algorismes aritmètics!



A tall de conclusió

Després d'uns anys en els quals ens vam dedicar a aquesta experiència, podem dir a tall de conclusió que ens adonem de tot el que es perdria si ens dediquéssim, a les nostres classes, a transmetre el que ens havien transmès a nosaltres els nostres mestres i a interpretar allò que ens posa al davant el llibre de text de torn. Seríem uns mers transmissors d'una cosa que potser fa molts anys va funcionar i era útil en aquells moments, però que en l'actualitat dista moltíssim de la realitat en la qual es mouen els nostres alumnes i, per tant, de la realitat social. Avui en dia existeix la calculadora (som els mestres els qui hem d'ensenyar a utilitzar-la i n'està establert l'ús en la major part dels currículums), que és la que realment realitza el càlcul exacte i l'instrument que tothom utilitza, mentre que les persones acudim a les estratègies personals i l'estimació. Quan va ser l'última vegada que vam agafar un paper i un bolígraf per fer una multiplicació o una divisió? I per què a l'escola es fa quelcom que no es farà en la vida real?

La didàctica del càlcul a l'escola del segle XXI ha de canviar radicalment, no hem de continuar ensenyant pràctiques mecàniques que

ja no són útils des de fa més de trenta anys i l'únic objectiu de les quals és perpetuar-se elles mateixes, i que no serveixen per formar en competències bàsiques el ciutadà que s'haurà de moure en un àmbit laboral, social, comercial...

És necessària una reconfiguració total dels mètodes d'ensenyament i aprenentatge de les matemàtiques des d'Infantil fins a la universitat. I que els nous mètodes permetin capacitar els infants per moure's pel camp logicomatemàtic sense dificultat en la vida diària.

Finalment, destacarem que les innovacions metodològiques portades a la pràctica en aquest centre no són pas noves. Es proposen des de fa dècades. Ara bé, el que sí ha fet el col·legi d'Agumansa és contribuir a posar imatges a les teories i demostrar allò que des d'uns altres estaments solament s'enuncia com a hipòtesi. Per aquest motiu, les investigacions realitzades en el nostre centre comencen a tenir una repercussió clara en la millora de l'educació matemàtica, tant en l'àmbit autonòmic com en el nacional i internacional.

Bibliografia

FERNÁNDEZ BRAVO, J. A. *Números en color*. Madrid: CCS, 2007.

KAZUKO KAMIL, C. *El niño reinventa la aritmética (implicaciones de la teoría de Piaget)*. Madrid: Aprendizaje Visor, 1994.

La renovació matemàtica passa necessàriament pel canvi radical del càlcul... i afegeix l'autor: "[...] la vida dels algorismes tradicionals té els dies comptats, si es vol adequar l'educació a la realitat i donar resposta a la demanda social actual".

La renovació dels algorismes matemàtics a l'aula: la revolució imprescindible per a la competència matemàtica

Josep Callís i Franco

Mestre. Professor de Didàctica de la Matemàtica (UdG). Coordinador del grup a+a+ de Rosa Sensat. Director del GREM (Grup de Recerca en Educació Matemàtica de la UdG)

Una realitat decebedora i preocupant

Des de l'àrea de Didàctica de les Matemàtiques, fa uns anys que intentem constatar quin domini de la matèria tenen els/les estudiants/es que inicien la carrera de Magisteri per tal de poder incidir en la seva posterior millora i entendre les dificultats d'aprenentatge que es genera en les aules de Primària i/o Secundària. Entre d'altres proves se'ls demana que calculin mentalment ($348776 : 747,03$), que indiquin quin deu ser el resultat més aproximat possible i tot seguit que ho resolguin amb llapis i paper. La divisió és amb decimals al divisor per veure si això incideix en la capacitat resolutòria, tot i que per aproximar-se al resultat no cal tenir-los en compte com a valors significatius. La mitjana dels resultats de cada curs són molt semblants i la majoria (70 a 80%) indica que no la sap resoldre mentalment i només un aproximadament 5% dóna el resultat de quatre-cents i escaig.¹ La resolució

1. Les respostes que sí que donen algun resultat mostren que el 12,5% (3,125% de la mostra) indica que el quocient està entre 0 i 9; el 27,5% (6,87% de la mostra) dóna resultats de desenes (entre 10 i 100); el 42,5% (10,62% de la mostra) indica valors de centenes; el 17,5% (4,375% de la mostra) considera que el resultat són milers; el 38% (9,5% de la mostra) dóna el 4 com a primera xifra (amb o sense decimals i sense importar si el resultat és un valor d'unitat, desena, centena, milers...), i només el 17,5% (4,375% de la mostra) dóna quatre-cents i escaig com a resultat, tal com correspon.

correcta sobre paper és d'un 45%.² Tot això no és més que la punta d'iceberg o un indicador més del que es constata, també, en proves d'avaluació externa (PISA, Generalitat...), que posen de manifest els baixos rendiments existents en els dominis matemàtics dels estudiants i societat en general. Més preocupant, però, és el fet que sovint molts estudiants, quan acaben Primària o Secundària, elegeixen els seus itineraris i carrera professional tenint més en compte on no s'hagin de trobar amb la matemàtica a fi d'evitar continuar enfrontant-se a una permanent frustració amb l'elecció d'una formació que els interessa, però que necessita de les "mates". I això sí que són fracassos molt més greus que els determinats per les notes mitjanes!

Si a Primària i Secundària es destina tant de temps a intentar que l'alumnat domini les mecàniques algorísmiques; si tot l'alumnat ha omplert planes i més planes d'operacions; si aquest domini algorísmic és interpretat per la societat i per l'escola com l'objectiu clau de la capacitació matemàtica, *com s'explica que després de tant de temps dedicat a l'aprenentatge de les mecàniques algorísmiques, una gran quantitat d'estudiants, posteriorment, no tingui competència matemàtica per continuar dominant aquesta mecànica? Com s'explica que pràcticament sigui inexistent el domini del càlcul mental quan els objectius terminals del currículum de matemàtiques posen especial èmfasi que el càlcul mental ha de ser prioritari sobre l'escrit?*

La resolució algorísmica no és el mateix que capacitació matemàtica

Tothom ha sofert, poc o molt, per aprendre el domini de les mecàniques algorísmiques matemàtiques imposades com a estratègies resolutòries i utilitzades, encara avui, com a fonament avaluatiu del coneixement matemàtic, considerant que un nen/a sap sumar, restar, multiplicar, dividir o sap fer fraccions, etc., si resol correctament unes determinades operacions o comptes que se li han posat.

Els algorismes són procediments que s'apliquen amb un determinat ordre seqüencial per tal de ser eficients per obtenir el resultat correc-

2. Investigacions diverses (Cawley i altres, 1998) constaten que posteriorment a la sortida de l'educació obligatòria només el 54% de la població manté el domini algorísmic escrit de la divisió.

56 Enterrem els algorismes aritmètics!

te, encara que hom no sàpiga per què l'algorisme és com és o com funciona, però que permet resoldre una determinada tipologia de problemes que únicament es diferencien per les seves dades. L'aplicació d'algorismes es fa en tots els àmbits de la vida i ens permeten solucionar infinitat de situacions del dia a dia. Els utilitzem tan bon punt ens llevem amb el mètode que fem per vestir-nos; o per esmorzar, conduir, rentar els plats... Però parlar d'algorismes ens porta, generalment, a la seva identificació com els procediments i mecàniques fets amb llapis i paper per resoldre les operacions matemàtiques; s'arriba, fins i tot, a identificar l'operació i el seu concepte amb l'algorisme. Identificar la competència matemàtica amb el domini algorísmic és allunyar-se i no entendre el sentit profund de la matemàtica. És un plantejament educatiu que resta allunyat de la realitat i de les motivacions dels estudiants, desconnectat de la forma en què es construeix el coneixement, tot desnaturalitzant l'evolució i el sentit profund del saber. Els algorismes tradicionals no preparen per calcular, sinó per resoldre operacions o per comptar; tampoc ajuden a desenvolupar les capacitats de càlcul innates a la persona, sinó a mecanitzar instruccions. Les mecàniques algorísmiques tradicionals exigeixen una total adequació a unes normes inflexibles, sense control dels càlculs intermedis que són bàsics i imprescindibles per a la comprensió significativa del procés, i sense cap sentit i domini del número. Només cal memòria, no és necessari reflexionar, ni deduir, ni extrapolar, només cal mecanitzar per repetició, un procediment que es consolida per reflex conductista i que fa que només l'alumnat amb capacitat per treballar comprensivament amb significats simbòlics pugui avançar i que, al contrari, un alt percentatge d'infants amb bones capacitats intel·lectuals que les seguirien correctament amb una metodologia adequada es quedin pel camí odiant les matemàtiques. Aquest error conceptual i manera de treballar el càlcul és una de les causes més profundes del problema de la comprensió matemàtica i segurament, un dels principals factors castradors de la capacitat matemàtica.

La renovació matemàtica passa, necessàriament, pel canvi radical en l'aprenentatge del càlcul, ja que aquest és un constituent imprescindible per al domini d'amplis camps de la matemàtica i, per tant, la seva deficient adquisició repercuteix en tota la concepció que posteriorment hom pugui adquirir de la matemàtica.

De la mateixa manera que davant una situació de vida pot haver-hi una gran varietat de tipologies o seqüències diferents per resoldre-la, així mateix succeeix amb els algorismes matemàtics, els quals no són més que un producte cultural que respon a un determinat context sociotemporal. No sempre s'ha calculat com ho fem avui ni amb les mateixes regles mecàniques. La realitat tecnològica de cada moment determina el que resulta millor i més adequat per a cada període històric, de manera que el procediment de llapis i paper fou implementat per adequar-se a una determinada realitat passada, la qual resulta ben diferent a les necessitats i demandes del món tecnològic actual que, ara, necessita d'altres procediments. Resulta obvi que el manteniment, avui, dels algorismes de llapis i paper no és la resposta més adient a la nostra realitat i que, conseqüentment, cal anar canviant i transformant les mecàniques tradicionals dels algorismes de les quatre operacions i que aquestes deixin de ser l'objectiu essencial del concepte de domini operatiu. Cal que l'alumnat sigui competent en la comprensió significativa de les operacions, en la capacitat estimativa i que tingui poder de càlcul mental, tal com diu el currículum.

A la realitat escolar, sovint hi constatem que l'alumnat formula preguntes com: «Aquest problema és de sumar o de restar? De multiplicar o de dividir? Si em dius això, llavors ja el sabré fer». La mecànica ha pres el lloc a la comprensió conceptual de les operacions i el domini mecànic és per on s'inicia l'aprenentatge de cada operació, quan allò a què caldria donar prioritat és a la seva comprensió conceptual i, posteriorment, a la resolució operativa.

Les mecàniques imposades resulten poc comprensibles a l'alumnat que les memoritza per resoldre la demanda escolar, però la seva incomprensió fa que posteriorment bona part d'aquest domini mnemotècnic es vagi degradant o, fins i tot, desapareixent. Podríem recollir un grapat de situacions viscudes que són demostratives d'aquesta incomprensió generada pels algorismes o del desenfocament educatiu que es té amb relació al sentit del domini operacional. Un exemple d'aquesta incomprensió de la mecànica algorísmica es fa palesa en el cas d'un alumne que, davant l'explicació de la mecànica de la resta "portant-ne" (24-17), li deia a la seva mestra en aplicar la "portada" sobre l'1 del subtrahend i posar-li un puntet al seu costat tal com li havia explicat la mestra: "Així l'1, ara ja no és un 1 sinó un dos. O

58 Enterrem els algorismes aritmètics!

sigui que és 27. Per tant de 24 en traiem 27 i encara ens en queden 7?”. O el cas d’uns mestres, a l’Amèrica Central, que davant uns nens i nenes indis amb molt absentisme escolar em diuen que no dominen la matemàtica i per demostrar-m’ho els posen unes operacions a la pissarra i els demanen que les resolguin, fet que no superen. Més tard, en trobar-me aquests nens venent pels carrers i en demanar-los quan val un dels objectes, em diuen 35. Quan pregunto pel preu de dos, sense problemes em diuen 70, i igualment per tres o quatre. De sobte, els demano per catorze i molt ràpidament em donen la resposta exacta de 490. Els dic que m’expliquin com ho han fet i em diuen: “Molt senzill. Un val 35, no? Dos, setanta, no? Tres, cent cinc, oi? Doncs catorze, son tres, més tres, més tres, més tres i encara dos més. Per tant són $100+100+100+100$ que són 400 i $5+5+5+5$ que són 20 que fan 420 i a més, dos que valen 70, per tant són 490”. De veritat aquests alumnes no saben calcular? O el que cal és que ens preguntem qui és que en sap més?

És evident que per dominar l’operativitat cal potenciar, d’una banda, la comprensió significativa de l’operació, i de l’altra, potenciar les estratègies resolutòries personals que permeten donar resposta a la realitat de la vida.

Els algorismes matemàtics tradicionals: un món en vies d’extinció

El món adult, en la vida diària, necessita fer càlculs, normalment mentals i sovint per aproximació o estimació, però no comptes, i quasi mai sobre paper, ja que si es necessita exactitud empren la calculadora.

Avui no existeix confiança social en el càlcul manual com havia estat fins fa poc. Enlloc ens fan els càlculs manualment i ens resultaria anacrònic veure personal que treballa en contextos operatius (banca, comerç...) que l’utilitzessin, i de segur que si algú en els fes, a tots ens generaria una certa desconfiança i ens el repassaríem amb la calculadora. En cap prova per accedir al món laboral es té en compte aquest domini mecànic, però sí que resulta necessari el de la comprensió significativa de l’operativitat. La realitat actual és que els comptes socialment ja no serveixen quasi per a res i, per tant, probablement

mai els utilitzarem a la vida, però sí que es fa imprescindible el domini del càlcul mental. L'escola, mentrestant, segueix ancorada en la contradicció de mantenir aquesta ja desfasada realitat dels dominis algorísmics tradicionals sobre paper davant la necessitat d'un càlcul mental potent imprescindible per a la vida i que, per tant, l'escola ha de potenciar fent que els nens i les nenes aprenguin a calcular i a tenir capacitats estimatives. El poder del càlcul mental no s'adquireix fent comptes i més comptes, sinó potenciant la comprensió operativa tot integrant els conceptes amb la realitat, possessionant-se d'estratègies resolutòries personals i amb capacitat de transferència a qualsevol situació, ja que en tot això rau el vertader i profund sentit de la competència matemàtica.

Els algorismes personals: fonaments del càlcul i de la competència matemàtica

Si la base del càlcul rau a poder donar resposta ràpida a les demandes reals de la vida i aquestes són, bàsicament, de tipologia mental i sovint resoltes per aproximació més que per exactitud, cal possibilitar l'adquisició d'aquests recursos i estratègies de manera que cadascú ha de conquerir les que més s'adeqüin a les seves característiques de raonament a partir de la descoberta de diferents opcions resolutòries i posterior adequació personal.

Els algorismes operatius es poden diferenciar en dues tipologies segons si la fonamentació del seu raonament és numèrica o geomètrica i, en conseqüència, cal proporcionar a l'alumnat el contacte amb aquestes dues possibilitats. Ho exemplificarem en el cas de la multiplicació, si bé ho podríem aplicar a qualsevol altra operació. De totes maneres, considerant que l'enfocament geomètric resulta molt més efectiu per a la comprensió significativa de l'operativitat i també per a l'eficàcia didàctica a l'aula, aquí ens centrarem només en el geomètric a través d'un parell d'algorismes; i només amb un sol mètode numèric (multiplicació índia) per la possibilitat que pot aportar a la comprensió de la mecànica tradicional. Si hom vol aprofundir en altres mètodes numèrics, com poden ser la multiplicació per duplicació (multiplicació egípcia i multiplicació russa), pot cercar-ne la corresponent informació bibliogràfica (Gómez, 1993) o consulta webgràfica.

60 Enterrem els algorismes aritmètics!

1. La base de la fonamentació numèrica es troba en la capacitat comprensiva i d'aplicació de les propietats commutativa, associativa i distributiva, imprescindibles per poder fer reorganitzacions i descomposicions. Un exemple d'això és:

Multiplicació índia, àrab, isabelina o d'enreixat³

Es treballa sobre un enreixat o graella de doble entrada on cada casella resta dividida en dues parts per la seva diagonal. El multiplicand s'escriu horitzontalment a sobre i el multiplicador, verticalment i en sentit descendent, a la dreta. El procés algorítmic es fa tenint en compte:

452 x 47		4	5	2	X
		1	2		4
		6	0	8	7
	2	8	5	4	
	1	1	1	4	
	2				
	1				
	2				

- Es multiplica dígit a dígit i el resultat es col·loca en la casella de la seva intersecció, separant les unitats de les desenes, posant-les, respectivament, en la divisió inferior i superior de la casella.
- El producte s'obté sumant les diverses diagonals generades en l'enreixat i d'esquerra a dreta.
- Les desenes que es van obtenint en els resultats parcials de les diagonals s'acumulen a la diagonal següent.

Es tracta d'un producte de productes parcials on no hi ha un ordre obligat de seqüència, ja que es pot resoldre aplicant els productes en l'ordre que hom vulgui. La seva base es fonamenta en la propietat

3. A Europa no es divulgà fins al segle xv amb la publicació per part de Luca Pacioli de la seva *Summa de arithmetica, geometria, proporzioni et proporzionalita* (1494) i amb l'ús dels reglets de Neper, si bé ja a finals del segle x hi ha constància que va ser utilitzada pel matemàtic persa Karaji i després integrada a la matemàtica àrab.

distributiva, si bé no es materialitzen visualment les descomposicions de les seves unitats, desenes, centenes...

D'aquí a dominis i aplicacions de propietats distributives fetes ja a nivell de càlcul sobre paper per arribar a ser utilitzat aquest mètode a nivell mental, hi ha un petit pas, de manera que, per exemple:

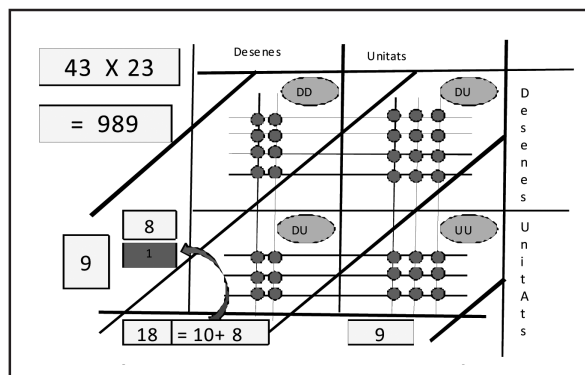
$$\begin{aligned}
 452 \times 47 &= (400 + 50 + 2) \times (40 + 7) \\
 (400 \times 40) + (50 \times 40) + (2 \times 40) + (400 \times 7) + (50 \times 7) + (2 \times 7) &= \\
 16000 + 2000 + 80 + 2800 + 350 + 14 &= 16000 + 4800 + 444 = \\
 20800 + 444 &= 21244
 \end{aligned}$$

2. La fonamentació geomètrica es troba en el poder de visualització i interrelació del número i la seva estructura espacial; es necessiten procediments manipulatius per a la seva aplicació. Els algorismes proporcionen una imatge visual que permet comprendre el concepte i alhora possibiliten la visió de cada operació i és aquesta visió espacial el que permet obtenir el resultat sense necessitat d'aplicar les mecàniques algorísmiques de llapis i paper. Així resulten uns procediments molt potents per a l'adquisició del poder del càlcul mental. Comentarem la multiplicació maia, la de cercles i la de superfícies.

2.1. Multiplicació maia o Tzalt

No es té cap garantia que fos realment utilitzada pels maies, sinó que els supòsits van en altres direccions, perquè la seva base de càlcul no era decimal. Sí que s'han trobat resolucions xineses amb aquesta metodologia.

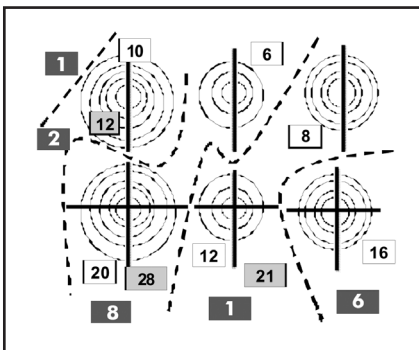
El procediment és el de cercar les interseccions que es produeixen entre línies que representen els valors numèrics tot diferenciant, posicionalment, les que representen els valors unitaris dels de les desenes o centenes, etc. Se situen tantes línies com indica cada una de les xifres de cada factor, les del primer se situen horitzontalment i verticalment les del segon. En el cas d'un valor zero, cal fer una línia dis-



62 Enterrem els algorismes aritmètics!

continua i les interseccions amb aquesta línia no es comptabilitzen. El resultat s'obté sumant els valors de les columnes i en el cas que la suma d'una columna doni desenes, aquest valor passa a la columna següent, mentre que les unitats queden en la columna sumada. En realitat aquest procediment no és més que la representació gràfica de la multiplicació índia o d'enreixat.

2.2. *Multiplicació per cercles*



És un cas semblant a la multiplicació maia, si bé les línies són substituïdes per cercles. Cal posar tants cercles concèntrics com indiqui cada un dels valors d'un dels factors del producte i tantes files iguals a l'anterior com dígits tingui l'altre factor. Així en el producte $534 \times 24 = 12816$ es disposaran cinc, tres i quatre cercles concèntrics i se'n faran dues files iguals, ja que 24 està format de dos dígits. A continuació es fraccionen els cercles de cada fila, amb tantes parts com indiquen cada una de les xifres del segon factor; en el nostre

cas, la primera fila amb dues parts (2 del 24) i la segona en quatre (4 del 24).

Per trobar el resultat, es fa igual que amb la multiplicació maia. En els requadres blancs els valors de les parts; en els requadres ombrejats clars els resultats de les columnes amb els portats de la columna anterior, i en el requadre més enfosquit els resultats finals (12816) de les columnes (assenyalades amb línies discontinües).

2.3. *Multiplicació superficial (multibases de color i quadricules)*

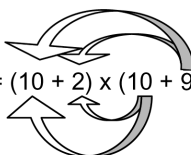
El treball amb multibases de color permet copsar, tal com es constata en les fotos, la comprensió geomètrica del producte i la seva visualització espacial. La pràctica manipulativa diferencia quatre estructures espacials en el producte de desenes; sis entre centenes i desenes, nou entre centenes..., les quals possibiliten la comprensió de la propietat distributiva i la seva posterior aplicació en càlcul mental.

En el cas del producte de 19×12 , com es veu en la foto adjunta, les quatre àrees queden constituïdes per:

1a) $10 \times 10 = 100$; 2a) $10 \times 9 = 90$; 3a) $10 \times 2 = 20$ i, 4a) $9 \times 2 = 18$; de manera que es pot visualitzar el resultat: $100 + 90 + 20 + 18 = 238$.

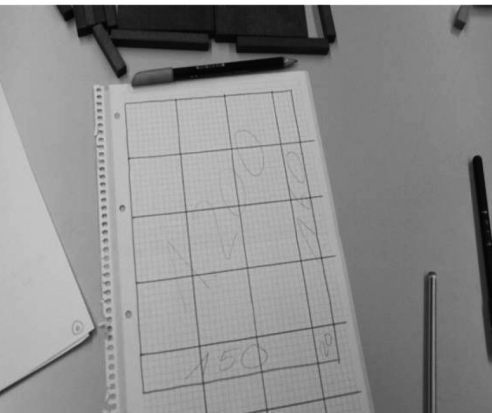
L'anàlisi de l'estructura geomètrica creada permet descobrir la propietat distributiva i el seu poder d'aplicació. Així, en l'exemple anterior, resulta:



$$12 \times 19 = (10 + 2) \times (10 + 9) = (10 \times 10) + (10 \times 2) + (9 \times 10) + (9 \times 2)$$


Fruit d'aquest treball, tot producte es visualitza com una estructura espacial on hom pot veure o llegir el resultat com a resultat de l'aplicació de la propietat distributiva.

Un pas endavant d'aquest procés d'adquisició d'estratègies de càlcul mental és el fet d'anar substituint el treball manipulatiu per passar a una representació simbòlica gràfica. Es pot fer treballar amb fulls quadriculats on quedaran representades, també, aquestes mateixes estructures geomètriques. Resulta molt adequat mantenir diferenciada i reforçada la línia de les desenes (10, 20, 30...) tant a nivell vertical com horitzontal.



Un altre pas posterior i ja més evolucionat és el domini, ús i aplicació del llenguatge matemàtic i estratègies de càlcul mental sense necessitat d'acció manipulativa ni de representacions simbòliques gràfiques, si bé la visió espacial es manté i permet l'obtenció del resultat a partir d'aquesta descomposició del números i la visió de les estructures que es generen.

64 Enterrem els algorismes aritmètics!

Resulta obvi que a partir d'aquí, cadascú port cercar les estructures resolutòries que millor li vagin a la seva capacitat i davant un producte pot aplicar una descomposició dels factors i a continuació la distributivitat aplicant-la, per exemple, a un únic factor:

$$32 \times 24 = (30 + 2) \times 24 = 720 + 48 = 768:$$

$$\text{o als dos } 75 \times 37 = (70 + 5) \times (30 + 7) = 2100 + 150 + 490 + 35.$$

Per a l'obtenció del resultat de les sumes i per fer més fàcil i àgil el càlcul es podrà aplicar, també, la commutativa o la descomposició d'aquests valors.

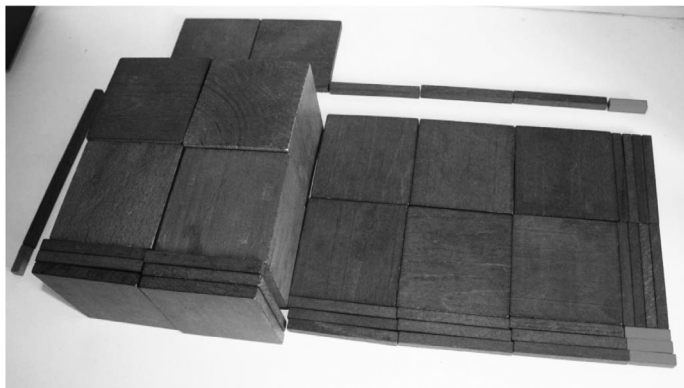
O es podrà efectuar una segona descomposició a algun dels factors o a tots dos:

$$32 \times 24 = (30 + 2) \times 24 = ((10 \times 3) + 2) \times 24 = 24 \times 10 = 240 \times 3 + (24 \times 2) = 720 + 48 = 768$$

Davant el producte 234×23 hauríem de poder visualitzar una superfície que estarà formada per sis espais geomètrics generats pels tres valors del multiplicand (200 o dues plaques + 30 o tres columnes + 4) i els dos del multiplicador (20 o dues columnes + 3). El valor de cadascun dels sis espais serà:

- primer, quatre cubs ($2 \times 1000 \times 2$), o sigui 4000;
- segon, 6 plaques en horitzontal ($3 \times 100 \times 2$), per tant 600;
- tercer, 8 columnes ($4 \times 10 \times 2$), que serà 80;
- quart, 6 plaques en vertical ($100 \times 3 \times 2$), que dóna 600;
- cinquè, 9 columnes ($3 \times 10 \times 3$), o sigui 90
- sisè, $3 \times 4 = 12$.

En conseqüència $234 \times 23 = 4000 + 600 + 80 + 600 + 90 + 12$.



En conclusió

La vida dels algorismes tradicionals té els dies comptats si es vol adequar l'educació a la realitat i la demanda socials actuals. Per fer front a aquest repte cal una profunda transformació conceptual sobre el sentit matemàtic i una renovació i una capacitació didàctiques als educadors que portin cap a un ensenyament actiu en què l'estudiant sigui creador dels seus processos i les seves estratègies i que estigui en íntima relació amb la realitat i trenqui amb criteris uniformistes i mecanicistes. I això no vol dir que no s'hagin de treballar i que han de desaparèixer els algorismes tradicionals sobre paper, sinó que la seva pràctica ha de ser posterior a la comprensió significativa d'aquests algorismes tradicionals, fet que s'aconsegueix després de la comprensió i ús d'estratègies personals de càlcul.

La gran sort i qualitat es donaran aquell dia que un tingui a l'aula tantes tècniques i mecàniques algorísmiques com alumnes. D'aquí a la comprensió significativa de l'algorisme tradicional hi ha un petit pas sense cap complicació per al seu ús i comprensió.

Bibliografia

- BOROODY, A. (1994). *El pensamiento matemático de los niños*. Madrid: Aprendizaje Visor.
- BOYER, C. (1968). *Historia de la Matemática*. Madrid: Alianza Editorial.
- CALLÍS, J. (2008). "El què, com, quan i perquè de la manipulació", a *Perspectiva Escolar*, núm. 329: Manipular per aprendre. Barcelona: Rosa Sensat.
- CALLÍS, J. (2010). "De la vivenciació a l'abstracció o el camí cap a la competència matemàtica", a *Perspectiva Escolar*, núm. 341: *Viure les matemàtiques*. Barcelona: Rosa Sensat.
- GÓMEZ, B. (1993). *Numeración y Cálculo*. Madrid: Síntesis (Matemáticas: Cultura y Aprendizaje; 3).
- KAMII, C. (1985). *El niño reinventa la aritmética*. Madrid: Aprendizaje Visor.
- KAMII, C. (1992). *El niño reinventa la aritmética II*. Madrid: Aprendizaje Visor.
- MIALARET, G. (1984). *Las matemáticas: cómo se aprenden, cómo se enseñan*. Madrid: Aprendizaje Visor.
- ORTON, A. (1996). *Didáctica de las matemáticas*. Madrid: MEC-Morata.
- PIAGET, J.; BETH, E.; DIEUDONNÉ, J.; LICHNEROWICH, A.; CHOQUET, G.; GATTEGNO, C. (1971). *La enseñanza de las matemáticas*. Madrid: Aguilar.
- REY PASTOR, J.; BABINI, J. (1984). *Historia de la Matemática*. Madrid: Gedisa.

Les autores presenten una experiència adreçada a Parvulari i a Cicle Inicial de Primària basada en el treball i representació d'ombres xineses, amb l'objectiu d'expressar-se i explicar històries.

El llenguatge cinematogràfic a l'escola

*Mònica Bargalló,
Carme Casas,
Cristina Fernández,
Clara Hidalgo,
Mercè López*

Grup de treball El Llenguatge
Cinematogràfic a Parvulari i
Cicle Inicial de l'AM Rosa Sensat

Els mitjans audiovisuals i les noves tecnologies són una eina molt important per a un bon aprenentatge del nostre alumnat.

El cinema està plenament immers en la nostra societat, és una part viva de la nostra cultura i per tant també hauria de formar part de la nostra cultura educativa. Fomentar i potenciar la lectura crítica i comprensiva de la imatge i fer conèixer què és el cinema, ja no només com a història sinó també en la pràctica escolar, ajudaria en gran mesura al desenvolupament emocional i crític dels nostres infants.

La importància del llenguatge cinematogràfic hauria d'estar emmarcada dins de les nostres aules, on s'hauria de començar des de ben aviat el treball amb el nostre alumnat per acompanyar-lo, si més no, en la seva pròpia interpretació crítica de les

imatges i en l'expressió dels seus sentiments davant d'una realitat o d'una ficció. Potenciant l'hàbit d'observar i valorar allò que els envolta, ajudariem els alumnes a desenvolupar favorablement els valors integrals de la persona.

El docent, tot respectant els infants, ha de partir de la seva mirada, una mirada plena d'espontaneïtat i de desig d'adquirir coneixement i d'aprendre. Parlem d'una mirada amb camins per descobrir a partir dels «cent llenguatges» a què feia referència Loris Malaguzzi. La tasca docent ha de tenir com a fita proporcionar als nens i les nenes les situacions i els contextos necessaris on puguin desenvolupar tots aquests llenguatges dels quals poden disposar, i les diferents maneres d'expressar-se. Un d'aquests contextos, sens dubte, pot ser el llenguatge cinematogràfic on, a través de la imatge, i sobretot de la imatge en moviment, cada infant té un món captivador, ja que posseeix per als més petits una extraordinària atracció única i aprofitable dins l'escola.

Família, escola, i tota la societat en general, han de tenir present i proporcionar el valor que pertoca a la didàctica i a l'aprenentatge que representa el tractament de la imatge a l'aula, atesa la influència que té per als infants i la importància que suposa, com a conseqüència, el seu coneixement i la seva interpretació. Per tant sembla necessari i pràcticament obligatori incloure en la programació de la tasca educativa diària l'educació de la mirada dels infants a les imatges que els envolten per tal que puguin comprendre-les dins del

seu context i, al mateix temps, puguin ser capaços de comunicar-se a través d'elles. Des de l'àmbit educatiu, per tant, haurem de treballar per crear en ells i elles l'esperit crític quant als missatges que transmeten o desprenen, i localitzar els elements que el cinema aporta a la societat per tal d'aprendre a analitzar-los des d'una perspectiva interdisciplinària assolint els continguts de les diferents àrees.

Així doncs, el llenguatge cinematogràfic complementa coneixements, integra idees i altres llenguatges. En educació és un llenguatge amb molts recursos didàctics i educatius i s'hauria d'entendre com un element metodològic clau dels dissenys curriculars vigents que formen part dels continguts i activitats en tots els nivells educatius. A través d'aquest llenguatge, els infants descobriran el cinema i l'investigaràn, hi seran sensibles i crítics i gaudiran, alhora, de les seves possibilitats de diversió i d'aprenentatge; dels seus enganys i les seves realitats. Perquè el cinema pot fer comprendre millor la vida i iniciar els més petits a nous llenguatges i apropar-los a conceptes i valors difícils d'apreciar pels mitjans escolars més tradicionals.

Per començar a dissenyar el llenguatge cinematogràfic a l'escola oferim una unitat de programació adreçada a Parvulari (i molt adaptable al Cicle Inicial de Primària).

Som conscients que és el primer gra de sorra per començar a incloure aquest i d'altres llenguatges dins de la programació diària del nostre alumnat. Ara ens caldrà continuar treballant i oferint nous recursos

als docents que estiguin disposats, i en són molts, a educar en cinema dins de les seves aules com a projecte d'escola.

Unitat de programació (UD): les ombres

Les ombres xineses són una de les formes de narrar històries més antigues, i per als nens i les nenes de Parvulari esdevenen màgiques i de seguida els criden l'atenció. Aquesta motivació inicial i el fet que el tractament de les ombres, com el de la llum, són un element bàsic per introduir el cinema a l'Educació Infantil, fa que els continguts es treballin per oferir formació al nostre alumnat.



A través del'aprenentatge significatiu, els infants aniran adquirint els nous aprenentatges de les ombres. Treballarem tots els continguts de manera globalitzada. Afavorirem que l'alumnat aprengui a aprendre. Aquesta UD es durà a terme a través de tallers internivell que ens permeten

una atenció més individualitzada, un treball que possibilita tasques cooperatives i fomenta l'autonomia dels infants.

Els **objectius d'aprenentatge** són: expressar-se per mitjà de les ombres, conèixer com s'expliquen històries amb ombres, respectar diferents formes d'expressió, bus-

car colors de l'entorn, estimular l'atenció i mostrar sensibilitat davant l'obra artística.

Els criteris d'avaluació

- Saber explorar i reconèixer les parts, les possibilitats i característiques del seu propi cos a través de les ombres. Expressar-se amb les pròpies emocions i iniciar-se en la seva identificació.
- Identificar característiques i regularitats en l'entorn natural, social i cultural, i utilitzar les imatges per recollir i comunicar les observacions fetes a les diferents activitats.
- Usar la llengua oral, el gest i les imatges per expressar idees, desitjos, sentiments i emocions; escoltar i participar de manera activa en situacions habituals de conversa i d'aprenentatge amb l'ús d'un llenguatge no discriminatori, i amb actitud de respecte vers altres cultures i llenguatges.
- Manifestar les habilitats necessàries per poder escoltar, observar, interpretar i crear en els diferents llenguatges: verbal, corporal, plàstic, musical, cinematogràfic i audiovisual, i incorporar la iniciació als instruments tecnològics (TIC).

Els continguts d'aprenentatge quedarien reflectits de la següent manera:

DESCOBERTA D'UN MATEIX I
DELS ALTRES

Autoconeixement i gestió de les emocions

- Expressió d'emocions a partir del propi cos



Relacions afectives i comunicatives

- Observació d'imatges
 - Experimentació directa dels sentits.
- ### *Autonomia personal i relacional*
- Imitació, imaginació i simulació

DESCOBERTA DE L'ENTORN

Exploració de l'entorn

- Observació de la llum natural i la llum artificial
- #### *Experimentació i interpretació*
- Experimentació amb les ombres
 - Utilització de diferents materials
 - Experimentació amb els colors
- #### *Raonament i representació*
- Fabricació de siluetes

COMUNICACIÓ I LLENGUATGES

Observació, escolta i experimentació

- Observació d'imatges amb llum i sense llum

- Seguiment d'històries a través d'ombres xineses

Interpretació, representació i creació

- Comprendre la trama argumental
- Sensibilització envers les maneres de narrar més antigues

La **seqüència d'activitats** es treballaran de manera globalitzada interrelacionant les tres àrees d'aprenentatge. Cal respectar els diferents ritmes d'aprenentatge i la individualitat dels infants. Sempre que sigui necessari es realitzaran activitats d'ampliació o de reforç.

En Nil i les ombres és l'activitat inicial. Explicuem el conte "En Nil i les seves ombres" i posteriorment iniciem una conversa referida a què entenem per una ombra.

En Nil és un nen de sis anys que viu a can Botons, una casa de pagès prop del mar.

Allà juga amb els seus germans petits, la Nora i en Miquel.

El que més li agrada a en Nil és jugar pel camp, anar a veure els conills i les gallines i saludar el seu amic Pinotxo, un cavall gros i blanc com la neu.

Un dia, mentre en Nil jugava amb la Nora es va adonar que algú acompanyava tots els seus moviments: si saltava, si s'ajupia, si s'arrossegava i movia mans i peus, si portava barret o una espasa, si jugava amb les branques.

Era la seva pròpia ombra que repetia els seus gestos!

—Ai caram! —va dir en Nil—. L'ombra sempre m'acompanya. —I va cridar la Nora per preguntar-li si a ella també l'acompanyava la seva ombra.

La nena va mirar a un cantó i a l'altre, va estirar un braç i l'altre braç, va aixecar una cama i l'altra cama, va moure un, dos,

tres, quatre i cinc dits, i, SÍ!, com deia en Nil, l'ombra també l'acompanyava.

Tots dos germans començaren a perseguir les seves ombres, a moure tot el cos, a agafar les branques, i s'ho van passar d'allò més bé tot jugant amb les seves ombres.

Però ja s'havia fet l'hora de dinar i una veu els cridà:

—El dinar és a taula!

En Joan i la Marta els esperen per dinar. En Joan ha preparat un pa fet amb llenya i la Marta, unes lleties amb arròs per llepar-se'n els dits.

—Tots a taula, és l'hora de dinar! —tornen a cridar els pares.

En Nil i la Nora expliquen entusiasmat que estaven jugant amb les seves ombres, aquest amic que sempre els acompanya.

Una ombra per aquí, una ombra per allà, aquest conte ja s'ha acabat.

Conte contat, ja està explicat.

(Autora: Clara Hidalgo)



Com a activitats de desenvolupament proposem:

- **Ens ve a veure un/a artista.** Visita d'un/a artista, xerrada entorn de les ombres i el darrere de la pantalla.
- **Som fotògrafs!!!!** Fotografies de les ombres de cada nen/a de la classe.
- **La llum al pati de l'escola.** Fotografia setmanal d'un lloc determinat del pati de l'escola a la mateixa hora.
- **Descobrim el color.** Realització de dibuixos en llapis negre i de colors per observar-ne les diferències.
- **Jocs amb llanterna.** A través d'aquesta activitat els infants poden experimentar amb les llanternes els efectes de la llum a l'apropar, allunyar, etc.
- **Descobrim la llum.** Experimentació amb la llum darrere de la pantalla.

- **Som protagonistes.** Representacions amb les mans i el propi cos.
- **Descobrim materials.** Utilització de diferents materials per fer siluetes.
- **Construïm siluetes.** Creació de siluetes.

L'activitat de consolidació "Fem un espectacle". Representació d'una història amb ombres a la qual assisteixen la resta d'infants de l'escola.

Les onze activitats dissenyades desenvolupen principalment les capacitats de progressar en el coneixement i domini del cos; observar i explorar l'entorn immediat amb una actitud de curiositat i respecte; comportar-se d'acord amb unes pautes de convivència i col·laborant amb el grup.

La diversitat s'atendrà a través de diferents agrupacions del grup classe. També plantejem activitats multinivell que permetran que donem cabuda als diferents nivells d'aprenentatge que ens puguem trobar dins el grup. Activitat d'ampliació: treball on han de reconèixer l'ombra de diferents animals (PDI). Reforç: buscar diferents ombres al pati de l'escola. Jugar amb el propi cos.

El docent pot elaborar una graella d'avaluació per registrar els coneixements adquirits per cadascun dels infants.

El vocabulari treballat: ombres xineses, pantalla, siluetes, llum, ombra, fosc, màquina digital.

Conclusió

El públic infantil i juvenil representa un sector important dels consumidors dels mitjans de comunicació. És per això que els continguts relacionats amb la correcta interpretació dels missatges que se'ns transmeten i l'aprenentatge dels codis que ens permeten comunicar-nos a través dels canals audiovisuals ha de formar part sistemàticament del que treballem a l'escola.

La imatge amb moviment lligada al so constitueix un estímul potent i motivador que facilita la tasca d'aprendre i de comunicar-se amb els altres. No podem obviar les seves qualitats a l'hora de potenciar en l'alumnat l'aprenentatge de les diferents capacitats i competències bàsiques que es relacionen amb els eixos essencials:

- aprendre a ser i actuar d'una manera cada vegada més autònoma,
- aprendre a pensar i comunicar,
- aprendre a descobrir i tenir iniciativa, i
- aprendre a conviure i habitar el món.

Aquestes competències han de permetre que els infants puguin entendre el món on viuen i tinguin recursos personals per participar-hi activament.

Referències bibliogràfiques

- Docents: DOLCI, Mariano (2003). *Jo i les ombres*. Barcelona: Associació de Mestres Rosa Sensat. Temes d'Infància.
- Alumnat: MARTÍ, Mònica; SANZ, Isabel (2001). *Ombres xineses i màscares*. Parramón Ediciones, SA.



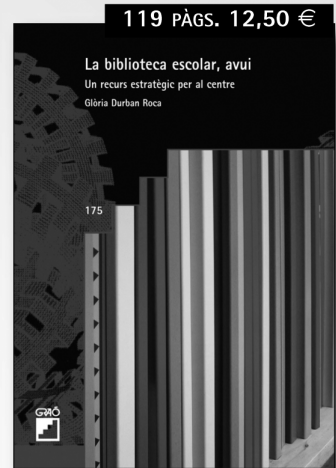
Ilibres d'editorial Graó

LA BIBLIOTECA ESCOLAR, AVUI

Un recurs estratègic per al centre

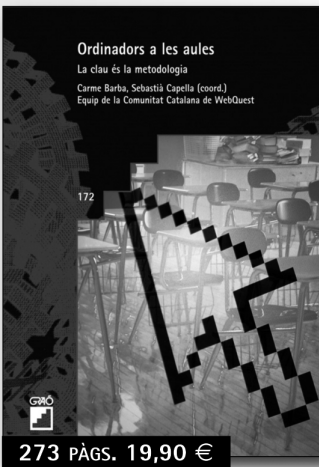
Glòria Durban Roca

Aquest llibre descriu i argumenta els aspectes més rellevants que en l'actualitat configuren la conceptualització de la biblioteca escolar com un recurs educatiu imprescindible que participa de l'acció estratègica del centre i que incentiva i dona suport a processos de millora de l'ensenyament. En els diferents capítols veiem com les accions de la biblioteca adquireixen ple sentit si recolzen realment sobre aquelles situacions d'aprenentatge que requereixen l'ús de materials i que es duen a terme dins de les programacions i projectes de treball d'aula, com ara els treballs d'investigació i les intervencions de lectura i escriptura.



ORDINADORS A LES AULES

La clau és la metodologia



Carme Barba, Sebastià Capella (coords.)

Els ordinadors ja hi són o arribaran ben aviat a les aules. Aquest llibre ens ajudarà en els canvis que això representa en el dia a dia i que s'han de sostenir en tres grans columnes: *els continguts, les metodologies, les eines i els recursos tecnològics*. Així, veurem els continguts des d'una mirada competencial; les metodologies que han d'afavorir el pensament científic, la creativitat i la solidaritat i, finalment, les tecnologies de la informació i la comunicació. Aquestes metodologies es caracteritzen pel treball cooperatiu, l'atenció a la diversitat, la recerca, la construcció del coneixement, la creativitat i la interdisciplinarietat. A més, es donen a conèixer algunes de les eines que cal posar en mans dels nois i noies perquè facin les seves creacions, les seves tasques, perquè transformin la informació i construeixin el seu coneixement de manera autònoma.

VISITEU EL NOSTRE CATÀLEG A WWW.GRAO.COM



GRAÓ

C/ Hurtado, 29
08022 Barcelona

Tel.: 93 408 04 64
www.grao.com graoeditorial@grao.com

Elogi de l'editorial Arcàdia

Jaume Cela

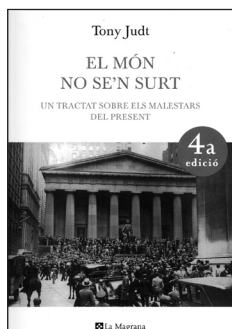
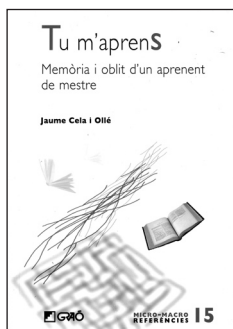
Hauria pogut triar qualsevol dels llibres d'aquesta petita editorial que publica unes obres de lectura imprescindible per ressenyar-los, però m'estimo més elogiar l'editorial. Tot el que ha tret al mercat fins al dia d'avui és d'un gran interès. Si repassem la llista d'autors i d'autores em donareu la raó: Bauman, Stern, Arsuaga, Todorov, Fumarola, Jahanbegloo, Agamben, Magris, Ginzburg, Manea, Steiner... i ara Martha C. Nussbaum, de qui ha traduït el llibre Sense ànim de lucre: Per què la democràcia necessita les humanitats. Una afirmació que hem de tenir present cada dia totes les institucions educatives.

En aquestes obres hi trobem un seguit de reflexions que ens ajuden, d'una manera especial a les persones que ens dediquem a educar les noves generacions, a entendre el present, i per entendre el present ens documenten sobre el passat, ens indiquen de quina manera el nostre dia a dia té un deute amb l'ahir que encara perdura com les imatges que van sorgint en una sala de miralls. Tot plegat es projecta en el futur, perquè en l'acte educatiu el temps és present en totes les seves dimensions.

Són obres que reclamen més d'una lectura, una lectura atenta, perquè ens

alerten dels perills d'anar construint una societat deshumanitzada. Aquest és un dels punts que ens recorda Nussbaum, la pensadora nascuda a Nova York, que veu com l'educació és cada dia més esclava de la tecnologia sense ànima i d'una economia que introdueix noves paraules en el debat educatiu que impressionen per la seva grandiloqüència i la seva capacitat de fagocitar-ho tot, però que amaguen el punt més important de qualsevol discussió sobre l'educació i que no és altra que pensar quin sentit té tot el que estem fent i plantejant. Ras i curt: cap a on ens belluguem.

Estic temptat de copiar els títols dels llibres publicats, però m'estimo més convidar-vos a consultar el catàleg i llegir lentament els missatges que ens arriben d'aquestes veus, sàvies veus, que encara són capaces de trobar noves respostes a vells interrogants i, sobretot, de plantejar-ne de nous, amb un rigor extraordinari que corre paral·lel a un interès gran per fer-se entendre per aquells lectors i per aquelles lectores que no som especialistes en res però estem interessats a saber què redimonis estem fent i, sobretot, què redimonis volen fer amb nosaltres segons quines teories i segons quines tendències.



Novetats bibliogràfiques

Biblioteca Rosa Sensat

Biblioteques de Barcelona 10 anys +: nous reptes, noves oportunitats. Barcelona: Biblioteques de Barcelona: Ajuntament de Barcelona: Diputació de Barcelona; 2011.

CELA I OLLÉ, Jaume. *Tu m'aprens: Memòria i oblit d'un aprenent de mestre.* Barcelona: Graó, 2011 (Micro-macro Referències; 15).

Una crisi encoberta: Conflictes armats i educació: Resum: Informe de Seguiment de l'EPT en el món 2011. Barcelona: Centre UNESCO de Catalunya, 2011.

L'estat del món 2011: Innovacions que alimenten el planeta. Barcelona: Centre UNESCO de Catalunya, 2011

Extracte de l'índex:

Un nou camí per posar fi a la fam; L'ecoagricultura com a norma; Els agricultors encapçalen les activitats de recerca i desenvolupament; Protegir la biodiversitat alimentària global; Idees per afrontar el canvi climàtic i fomentar la resiliència; Millora de la producció dels aliments d'origen animal; Full de ruta per alimentar el planeta.

Les famílies davant l'elecció escolar: Dilemes i desigualtats en la tria de centre a la ciutat de Barcelona. Barcelona: Fundació Jaume Bofill, 2010 (Polítiques; 72).

FEITO ALONSO, Rafael. *Los retos de la participación escolar: Elección, control y gestión de los centros educativos.* Madrid: Morata, 2011 (Razones y Propuestas Educativas; 18).

Extracte de l'índex:

La libertad de enseñanza: el derecho de los padres a elegir el tipo de educación; La "nueva escuela pública": la comunidad escolar como gestora de centros educativos; La regulación legal de la elección, el control y la gestión de los centros educativos; La participación en la práctica. La vida de los Consejos Escolares.

GÚRPIDE, Carmen; FALCÓ, Nuria; BERNAD, Ana. *Los espejos de la ficción: Taller de escritura.* Pamplona: Pamiela, 2010 (Pedagogía Pamiela; 10).

JUDT, Tony. *El món no se'n surt: Un tractat sobre els malestars del present*. 4a ed. Barcelona: La Magrana, 2011 (Orígens; 155).

Juegos y actividades para la incorporación de valores en la educación física. Carlos Velázquez Callado (coord.). Madrid: Los Libros de la Catarata, 2010 (Educación Activa; 2).

Extracte de l'índex:

El contexto actual y la educación como medio de transformación social; Bases del proceso hacia la cultura de la paz; Educación física para la paz: una propuesta viable y necesaria en las escuelas de hoy; Competencias en educación física: del discurso teórico a la acción práctica.

MARTÍN CRIADO, Enrique. *La escuela sin funciones: Crítica de la sociología de la educación crítica*. Barcelona: Bellaterra, 2010.

ÒDENA, Pepa. *L'infant i l'escola bressol*. 3a ed. Revisada i augmentada. Barcelona: Rosa Sensat, 2011 (Temes d'Infància; 64).

Pensar històricament: Ètica, ensenyament i usos de la història. Marició Janué i Miret (ed.). València: Universitat de València, 2009.

STEINER, George. *El silencio de los libros*. Madrid: Siruela, 2011 (Biblioteca de Ensayo Siruela)

Totes les portades de Cesc publicades a Cavall Fort. Barcelona: Fundación Gin, 2011.

URMENETA, Maria. *Alumnado com problemas de salud*. Barcelona: Graó, 2010 (Escuela Inclusiva: Alumnos Distintos pero no Diferentes; 7).

Extracte de l'índex:

Alumnado con enfermedades crónicas; Alumnado con una enfermedad que implica riesgo vital; Alumnado con problemas de alimentación; La escolarización del niño enfermo.

...i ara cada mes una pel·lícula sobre educació, els mestres, l'escola...



Ni uno menos [enregistrament vídeo]. Zhang Yimou (dir.). Madrid: Columbia Tristar Home Video, 2000. 1 videodisc (DVD), 102 min. Versió original en mandarí i versió doblada al castellà i a l'italià. Subtítols en castellà, italià, anglès i portuguès.

És una pel·lícula del director Zhang Yimou que narra la història d'una adolescent de 13 anys a qui encarreguen que substitueixi el mestre d'un poble amagat entre muntanyes poderoses. L'alcalde li diu que li pagarà un sou extra si aconsegueix que cap criatura abandoni els estudis. Ella s'esforça tot el que pot. Pissarra i guix i res més. I proximitat. No té cap mena de formació, però canta i fa cantar. A poc a poc es va guanyant totes les criatures. Arriba el moment que una d'elles, empesa per la gana, se'n va a la ciutat a buscar feina i la jove mestra va darrere seu. La ciutat està plena de perills però aquesta extraordinària "mestra lloca" farà tot el possible perquè la criatura torni a l'escola. Un final bellíssim que s'ha de veure amb el mocador a les mans.

Jaume Cela

temes

d'in-fàn-ci-a

educar de 0 a 6 anys

L'infant i l'escola bressol

Pepa Òdena

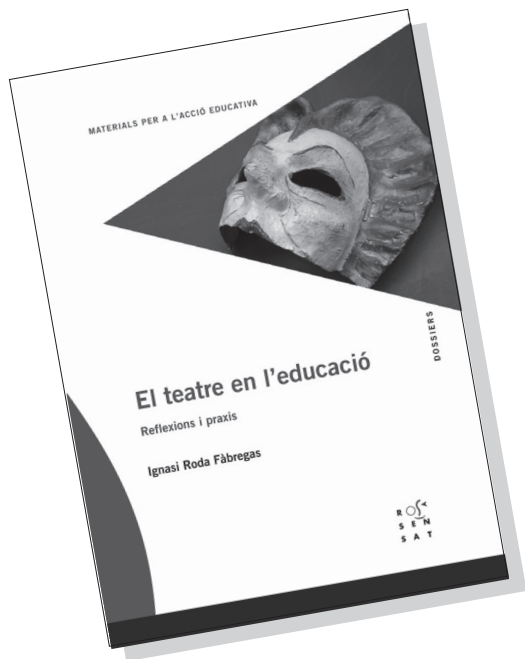
Tercera edició revisada i augmentada.

Els infants creixen i s'eduquen en un context humà, en el nucli familiar més o menys ampli, amb amics, veïns i coneguts, però sempre en un context de relació social. En aquest procés de creixement, l'escola bressol afegeix una dimensió única, l'aprenentatge de la convivència i de la relació amb els coetanis, persones de la mateixa edat, amb necessitats, desitjos, interessos, motivacions i possibilitats similars, en un ambient material i humà expressament dissenyat per a la primera infància.

L'autora descriu les característiques, condicionants, organització i criteris que fan de l'escola dels més petits un lloc de vida, plaent i enriquidor, apropiat a la manera de ser dels infants i de les seves famílies, en definitiva un espai de qualitat per al seu desenvolupament.

Col·lecció Temes d'Infància, 4
80 pàg. PVP: 10 euros





El teatre en l'educació

Ignasi Roda Fàbregas

PVP: 21 euros

152 pàgines

El dossier que teniu a les mans neix de la pràctica teatral de molts anys a escoles, instituts i grups de teatre. Temps enrere potser no hauria gosat escriure'l, perquè el meu ofici neix d'un aprenentatge constant al qual cada dia s'afegeixen idees i experiències noves. No fa gaire una mestra em va dir: «I per què no repetim les obres de l'any passat?». Bon Déu! Mai no he repetit una obra en un centre i mai no ho faré, perquè crec que el teatre s'ha de reescriure cada curs, cercant un nou impuls imaginatiu al servei dels grups que hi van passant. Aquest dossier és l'ordenació de la meua manera d'entendre el teatre i de fer teatre perquè sigui utilitzat pels qui s'endinsen en aquesta aventura creativa tan apassionant. Feu ús d'allò que més us convingui i no renunciieu a crear el vostre propi mètode per fer del teatre la millor eina d'aprenentatge que us pugueu imaginar.